



**CENTRO DE
ESTUDIOS
MONETARIOS
LATINOAMERICANOS**
Asociación Regional de Bancos Centrales

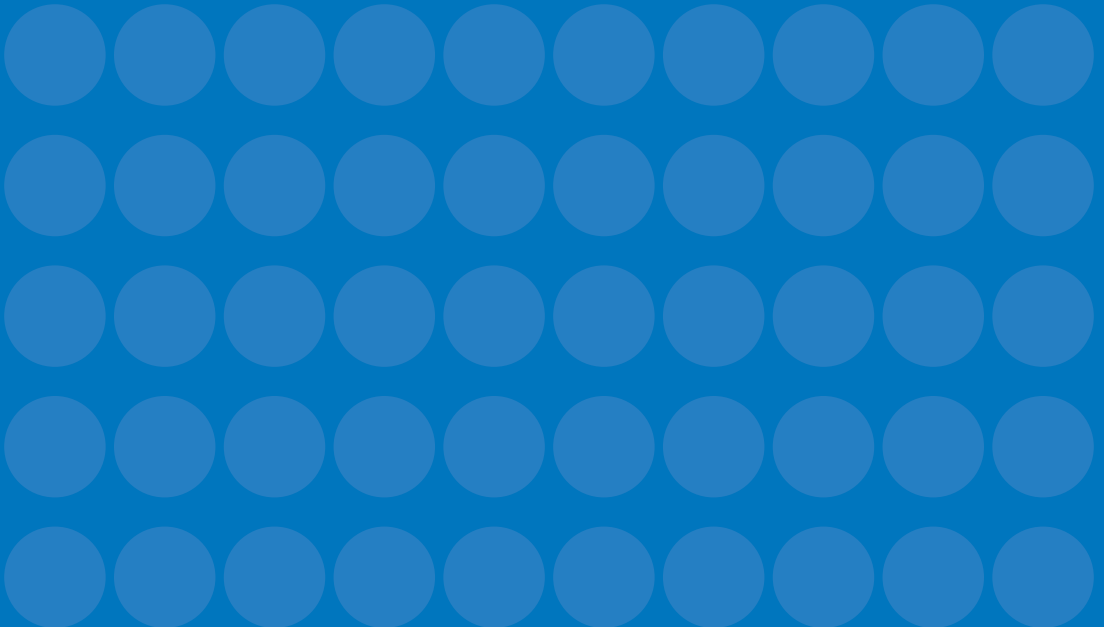


BANK OF ENGLAND

ENSAYO 76

Prueba de raíz unitaria para ayudar a la construcción de un modelo

Lavan Mahadeva y Paul Robinson



Traduce y publica el CEMLA, con la debida autorización, en la serie Ensayos el manual de Lavan Mahadeva y Paul Robinson, del original publicado en inglés, con el título *Unit Root Testing to Help Model Building*, por el Centro de Estudios de Banca Central, del Banco de Inglaterra, en *Handbooks in Central Banking*, n^o 22, Londres EC2R 8AH, julio del 2004. Para los autores, este manual es el resultado de la colaboración con muchos de sus colegas durante varios años. Sin su insumo, ayuda y asesoría sería un documento mucho más pobre. En particular, desean agradecer a Andy Blake, Emilio Fernández-Corugedo, Gill Hammond, Dan Huynh y Gabriel Sterne. Todos los errores y omisiones son, desde luego, de la responsabilidad de los autores. Los autores y el Centro de Estudios de Banca Central no se hacen responsables de la exactitud de la traducción en español de este trabajo, cuya venta está prohibida en todo o en parte, ya sea como folleto individual o mediante su inclusión en otra publicación. © 2004 *Copyright in English language, Bank of England.*

Documento de distribución gratuita y exclusivo para los miembros asociados y colaboradores del Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos (CEMLA).

ENSAYOS

Prueba de raíz unitaria para ayudar
a la construcción de un modelo

Lavan Mahadeva y Paul Robinson

76

Primera edición, 2009

Derechos exclusivos en español reservados conforme a la ley

© Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos, 2009

Durango nº 54, México, D. F., 06700

Prohibida su venta

Impreso y hecho en México

Printed and made in México

I. Prueba de raíz unitaria en un banco central

Los economistas de banca central deben entender y pronosticar series de tiempo macroeconómicas. Un serio problema que afrontan es que esas series de tiempo a menudo tienen tendencia o están afectadas por persistentes innovaciones en el proceso. Para resolver este problema, o por lo menos comprender sus posibles efectos, es común probar si las series son estacionarias. Estas pruebas son a menudo llamadas pruebas de raíz unitaria.¹ En este manual se exploran tales pruebas. Un constructor de modelos debe usar técnicas econométricas apropiadas. Para escoger entre estimadores alternativos, el constructor de modelos necesita reflexionar con cuidado acerca de la teoría relevante y los datos disponibles. Pero la teoría económica casi siempre es ambigua en sus implicaciones sobre el proceso generador de datos. Al aplicar la prueba de preestimación a los datos, se puede evaluar la relevancia de las diferentes teorías y posibles problemas con los datos.

La estacionariedad es importante para la estimación: la aplicación de regresiones de mínimos cuadrados sobre variables no estacionarias, puede resultar en estimaciones de parámetros falsos acerca de las relaciones entre variables. La verificación de la estacionariedad también puede ser un factor importante para pronosticar: puede decirnos la clase de procesos que tendremos que construir en nuestros modelos, para realizar predicciones precisas (Diebold y Kilian, 1999).

El propósito de este manual, no es transmitir el mensaje de que la prueba de raíz unitaria debería ser considerada como un ejercicio obligatorio que debe llevarse a cabo antes de la construcción de un modelo.² Sin embargo, es crucial reflexionar acerca de las propiedades dinámicas de las variables

¹ Véase Apéndice A para una definición del proceso de raíz unitaria y la sección I.1.b para una discusión de la estacionariedad.

² Para el análisis de la relevancia de la prueba de raíz unitaria para la construcción de un modelo, ver el Cochrane (1991b), Harvey (1997), p. 196, Maddala y Kim (1998), p. 146, Smith (1999), y Favero (2001).

y los datos que las miden, antes de estimar y pronosticar. Las pruebas de raíz unitaria pueden ser útiles al respecto, aunque existen pruebas alternativas y estimadores robustos que en ocasiones pueden satisfacer mejor las necesidades del constructor de modelos.

La mayor parte del manual consiste en ejercicios de computación, destinados a profundizar la comprensión de los lectores acerca de las cuestiones con diferentes pruebas de raíz unitaria y de la modelación de series no estacionarias. Los ejercicios están escritos teniendo en mente el programa econométrico *EViews*, aunque la mayoría de los programas econométricos cuentan con las funciones necesarias y con los cambios relevantes en los comandos, un lector estará en capacidad de seguirlos aun si usa un programa diferente. El enfoque del manual consiste en ayudar a los economistas de banca central, aunque otros que se sientan interesados también encontrarán útiles los ejercicios, ya que la no estacionariedad es un problema frecuente en econometría. Los datos usados están disponibles en el sitio Web del *Centre for Central Banking Studies* (CCBS).

Este manual no es un libro de texto. No figuran las pruebas y se recurre muy poco al álgebra. Hay disponibles muchos libros de texto excelentes en econometría, series de tiempo y pruebas de raíz unitaria: Cochrane (2002), Phillips y Xiao (1999), Maddala y Kim (1998), Harvey (1997), Stock (1994), McCallum (1993), Campbell y Perron (1991), Cochrane (1991a), Cochrane (1991b), el diccionario *New Palgrave*, Dolado *et al.* (1990); todos ellos ofrecen estudios y útiles opiniones sobre la prueba de raíz unitaria. Otras investigaciones se incluyen en la bibliografía de Phillips y Xiao (1999). Muchos libros de texto de econometría abordan el tema de las series de tiempo, incluidos Enders (1995), Harvey (1997), Hamilton (1994), Patterson (2000), Favero (2001) y Hayashi (2000). Todos estos trabajos contienen material acerca de la prueba de raíz unitaria.³

³ Además existen muchos otros aspectos de la prueba de raíz unitaria que no se discuten ni en el texto ni en los recuadros. Algunas de las omisiones más importantes son las pruebas para quiebres estructurales al lado de las pruebas de raíz unitaria; segunda diferencia o de orden mayor de la estacionariedad, discutida en Haldrup (1999); asimismo, pruebas de panel

1. ¿Por qué la prueba de raíz unitaria es importante?

Es común que las variables macroeconómicas crezcan o, con menos frecuencia, disminuyan a lo largo del tiempo. El producto crece a medida que la tecnología mejora, la población aumenta y surgen invenciones; los precios y la cantidad de dinero se incrementan a medida que los bancos centrales fijan como meta una tasa de inflación positiva; etc. Un ejemplo de una variable que puede decrecer a través del tiempo es el coeficiente tenencias a producto. Muchas teorías económicas postulan relaciones causales entre las series económicas que se incrementan a lo largo del tiempo. Un ejemplo siempre cercano al corazón de los banqueros centrales es que los precios son una función de la oferta monetaria. Las variables que se incrementan a lo largo del tiempo constituyen ejemplos de variables no estacionarias. Hay también series que no aumentan a través del tiempo, pero donde los efectos de las innovaciones no se extinguen con el tiempo. Éstas también son no estacionarias. Hay un problema mayor con las regresiones que implican variables no estacionarias, cuando los errores estándar producidos son sesgados. El sesgo significa que, el criterio convencional usado para juzgar si existe o no una relación causal entre las variables no es confiable. En muchos casos se descubre una relación significativa cuando en realidad no existe. Una regresión donde esto ocurre recibe el calificativo de regresión espuria.⁴

Una cuestión central para muchos economistas de banca central es llegar a entender la inflación y cómo su historia puede usarse para que nos ayude a pronosticar la inflación futura. El primer paso para tal investigación es pensar acerca de la teoría económica, el escenario institucional, y temas por el estilo. Una vez que se escoge un marco claro, resulta importante investigar si los datos apoyan su análisis teórico. Para hacer un pronóstico se requiere obtener los coeficientes

de raíz unitaria, discutidas en Maddala y Kim (1998), pp. 133-139; raíces unitarias estocásticas; raíces unitarias estacionales, que se examinan en Maddala y Kim (1998), pp. 362-83; y procedimientos para verificar la inferencia de las raíces unitarias.

⁴ Este problema ha sido advertido en varios estudios a lo largo de los años, pero el artículo más influyente que lo analiza es probablemente el de Granger y Newbold (1974).

para el modelo de cierta manera, típicamente mediante estimación. Para llevar a cabo esta tarea con éxito, se necesita estar confiado en que el método de estimación que se escogió es apropiado.

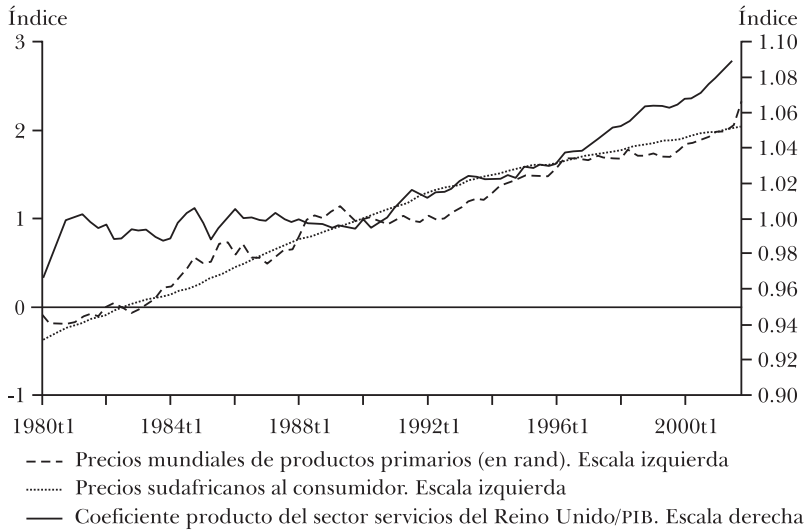
Para demostrar cómo puede ayudar la prueba de raíz unitaria al constructor del modelo, consideremos la inflación en Sudáfrica. La gráfica I muestra el nivel precios y la tasa de inflación en Sudáfrica desde 1980. Nos muestra que los precios sudafricanos han crecido a través del tiempo, aunque a una tasa decreciente: la inflación cayó y luego se estabilizó. Suponga que postula que la inflación sudafricana ha sido causada por los precios de las materias primas mundiales. El cuadro I nos muestra que una regresión de los precios en Sudáfrica, basada en el precio de los productos primarios en rands (moneda de Sudáfrica), produce un coeficiente significativo como lo predice su teoría. ¡Pero también lo hace la regresión espuria de los precios al consumidor en Sudáfrica sobre la proporción del PIB del Reino Unido (RU) del sector servicios! Lo primero parece admisible, pero lo segundo no. Aunque en ambos casos se encuentra una relación significativa. ¿Cómo saber si la relación entre el nivel de precios sudafricano y el precio en rand de productos primarios es verdadera o simplemente una regresión espuria?

a) Regresiones espurias

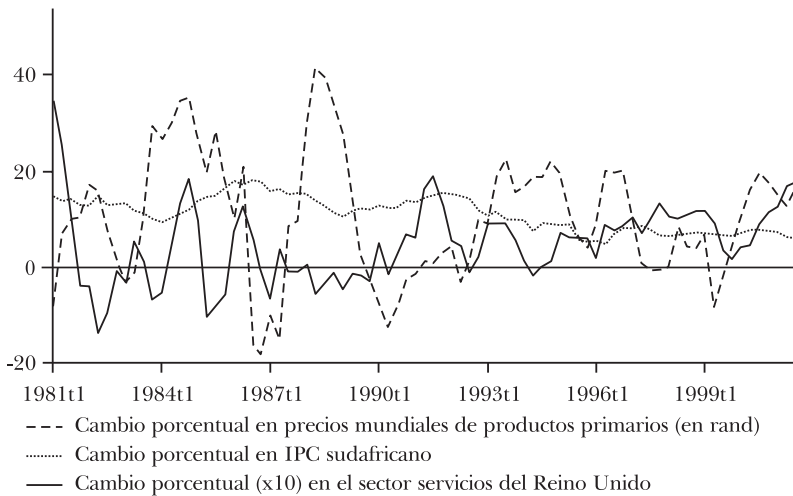
Un econometrista en general desea comprobar o cuantificar las relaciones causales entre variables. Debe inferir éstas de datos ruidosos, con una teoría y técnicas estadísticas imperfectas. Una cosa que requiere evitar son las regresiones que parecen ofrecer un buen ajuste y predecir una relación estadística significativa entre variables, cuando no existe en absoluto. Esto se conoce como el problema de *regresión espuria*.

Un ejemplo sencillo, aunque poco realista, puede contribuir a explicar el problema. Suponga que el nivel de precios se incrementa a una tasa constante dada por una meta de inflación, y que el producto real también se incrementa a una tasa constante, impulsada por el progreso técnico. Las dos tasas de crecimiento no están conectadas y las fuerzas que dirigen el proceso son distintas por completo. Por simplicidad, suponga que las tasas de crecimiento (g) son las mismas y que

GRÁFICA I. PRECIOS E INFLACIÓN EN SUDÁFRICA, 1980-2000



Porcentaje de cambio sobre el año anterior



NOTAS: Todas las series en logaritmos. (1990t1 = 1). El IPC de Sudáfrica excluye los pagos de interés hipotecarios.

indizamos ambas series al mismo valor inicial (esto no cambia nada). Entonces se puede escribir:

$$y_t = y_o + g_t,$$

$$p_t = p_o + g_t,$$

$$y_o = p_o.$$

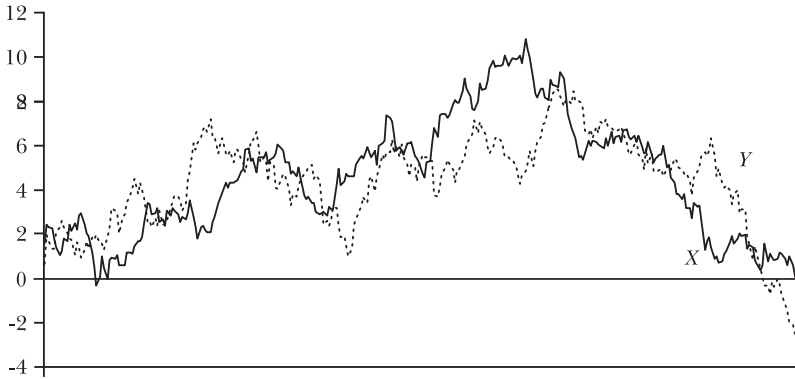
Lo que implica que $y_t = p_t$ para todos los períodos de tiempo t . Una regresión de cualquier variable sobre otra encontraría una perfecta correlación, errores estándar de cero (de modo que los estadísticos t no serían definidos, pero podemos considerarlos en forma aproximada como infinitamente grandes) e informar un R^2 de 1. ¡Sin embargo, no existe una relación causal aquí! Es obvio que, este es un ejemplo poco realista porque la regresión de una variable con tendencia sobre otra por lo general produce un R^2 muy alto y estadísticos t muy significativos, si bien con un estadístico Durbin-Watson bajo. El problema es que la regresión recoge la tendencia determinística en cada variable y la atribuye a la variable independiente. Las series estacionarias en diferencia también presentan este problema; tienden a *desviarse*, de modo que terminan lejos de su valor inicial.⁵ La regresión interpreta que *desviarse* es una relación verdadera. De modo que las series pueden tener correlación negativa y en consecuencia mostrar un β negativo si una serie finaliza por encima de su valor inicial y la otra por debajo, o un β positivo si ambas se mueven en la misma dirección. La gráfica III muestra una situación típica. Hemos generado dos caminatas aleatorias, x y y , en *EViews*. La muestra es de 300 períodos. Luego la dividimos en 10 submuestras de igual longitud y efectuamos la regresión de y contra x y una constante. El resultado correcto habría sido que ni x ni la constante (c) eran significativamente diferentes de cero. Sin embargo, como lo muestra la gráfica II en la mayoría de las submuestras y en la muestra global, tanto la constante como el coeficiente de x fueron significativamente diferentes de cero, aunque sus

CUADRO 1. REGRESIONES QUE EXPLICAN LA INFLACIÓN EN SUDÁFRICA

<i>Variable independiente</i>	<i>Constante (estadístico t)</i>	<i>Coefficiente (estadístico t)</i>
WCP (estadístico DW: 0.26; R^2 : 0.96; nº de observaciones: 88)	-6.38 (-47.95)	1.07 (43.97)
UKSERV (estadístico DW: 0.05; R^2 : 0.74; nº de observaciones: 88)	8.53 (14.69)	21.45 (15.71)

⁵ Para el tratamiento clásico de caminatas aleatorias (y de los procesos probabilísticos en general), ver Feller (1968).

GRÁFICA II. RESULTADOS DE LA REGRESIÓN PARA DOS CAMINATAS ALEATORIAS NO RELACIONADAS



estimaciones variaron, lo que sugiere que no había una relación genuina.

El problema de la regresión espuria fue puesto de relieve en Granger y Newbold (1974). Usaron técnicas Monte Carlo para mostrar que las regresiones entre series no estacionarias independientes por completo, de manera típica producen coeficientes que eran significativamente diferentes en términos estadísticos de cero.

CUADRO 2. RESULTADOS DE LA REGRESIÓN PARA DOS CAMINATAS ALEATORIAS NO RELACIONADAS

Muestra		Coefficiente en <i>c</i>	Coefficiente en <i>x</i>
2	31	2.23 ^b	-0.28
32	61	3.35	0.01 ^a
62	91	7.15 ^b	-0.31 ^b
92	121	2.64 ^b	0.28
122	151	-4.67 ^b	1.58 ^b
152	181	3.75 ^b	0.23 ^a
182	211	15.78 ^b	-1.03 ^b
212	241	8.67 ^b	.0.33
242	271	5.17 ^b	-0.04
272	301	-2.28 ^b	2.84 ^b
2	301	1.99 ^b	0.52 ^b

Notas: Las ecuaciones de regresión son de la forma $y=c+bx$. Se estimaron sobre 30 períodos no superpuestos, con MCO.

^a Estadísticamente diferente de cero al nivel de 10%. ^b Estadísticamente diferente de cero al nivel de 5%.

b) Estacionariedad

Una serie de tiempo, $\{x_t\}_{t=1}^T$, se define como fuertemente

(a veces, estricta o por completo) estacionaria si su distribución conjunta no varía en el tiempo. Esto significa que todos los momentos de corte transversal de la distribución, el promedio, la varianza y otros, no dependen del tiempo, y que además las correlaciones a través del tiempo no cambian. Por ejemplo, la correlación serial de primer orden (la relación entre dos períodos de valores esperados sucesivos) no cambia.

En términos prácticos, es imposible proceder a la prueba por esa razón, en especial con datos de corto plazo disponibles para muchos países (de hecho, la mayor parte de las series de tiempo económicas). Un concepto más útil es la estacionariedad de la covarianza: ésta sólo requiere que el promedio, la varianza y covarianzas sean independientes del tiempo. Una definición todavía más débil es que el promedio debe ser independiente del tiempo.

El ejemplo paradigmático de series no estacionarias es la caminata aleatoria simple:

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2).$$

Note que aunque para todo n , $E_t x_{t+n} = x_t$, $E_{t+m} x_{t+m+n} = x_{t+m} \neq x_t = E_t x_{t+n}$ en general. En palabras esto quiere decir que las series tienen un promedio indeterminado. Además, la varianza de x_{t+n} condicionada a la información conocida en t es dependiente del tiempo: $E_t \sigma_{t+n}^2 = n\sigma^2$, donde σ^2 es la varianza incondicional de x_t . Ambas incumplen la definición de las series estacionarias.

Estacionariedad en tendencia

Las series no estacionarias son muy comunes en macroeconomía. Pueden ocurrir por diversas razones y la razón subyacente puede tener importantes implicaciones para el tratamiento apropiado de las series. Por ejemplo, considere un país cuyo marco de política monetaria es una meta de nivel de precios, donde ésta se incrementa a una tasa constante (es decir, en ausencia de choques, la inflación será constante). Suponiendo que la política monetaria es efectiva, aunque los choques alejaran el nivel de precios de la meta, tales desviaciones serían temporales. Por simplicidad también suponga

que la desviación promedio es cero. El nivel de precios no será estacionario en este caso pero podría ser posible extraer series estacionarias removiendo la tendencia. Tales series se denominan estacionarias en tendencia. En forma simbólica tenemos:

$$(1) \quad p_t = p_o + \tau t + \eta_t,$$

donde p_t es el logaritmo del nivel de precios, τ es el incremento constante en la meta, y η_t es el plazo del choque. Eliminar la tendencia de estas series equivale a nada menos que sustraer τt de cada observación. Típicamente, aunque no en este caso, la dificultad consiste en identificar la tendencia.

Estacionariedad en diferencia

La vida sería más sencilla en términos relativos si las series macroeconómicas fueran solo estacionarias en tendencia. Pero otra situación frecuente es aquella en que las series están sujetas a choques cuyos efectos no se extinguen con el tiempo. Un ejemplo posible es el PIB. Suponga, de manera simple, que el PIB solo crece por las innovaciones y ganancias en conocimiento. Más aún, suponga que estas innovaciones no son función del tiempo ni se olvidan. En cada período, el PIB es igual al valor del período previo, más un incremento debido a las innovaciones de ese período.

Esto se puede escribir como:

$$y_t = y_{t-1} + \xi_t.$$

Esta es otra caminata aleatoria. Nótese que $y_{t+n} = y_{t-1} + \sum_{i=0}^n \xi_{t+i}$, por lo que los efectos de ξ_t nunca se extinguirán. Si tomamos la primera diferencia de y_t tenemos $\Delta y_t = \xi_t$, donde $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ y ξ_t es un término de choque aleatorio que representa las innovaciones. Estas son ahora series estacionarias. En este caso, estamos en capacidad de convertir las series en estacionarias obteniendo la primera diferencia, aunque hay ocasiones en que podemos necesitar tomar la segunda diferencia (o la tercera, cuarta, etc.) de una serie para que sea estacionaria. Llamamos a las variables que requieren ser diferenciadas n veces para lograr estacionariedad, variables $I(n)$, y decimos que son integradas de orden n .

Identificación incorrecta del tipo de no estacionariedad

Hemos visto que la primera diferencia de una serie $I(1)$ es una serie estacionaria, y que al remover la tendencia de una serie estacionaria en tendencia se obtiene una serie estacionaria. Desafortunadamente, la diferenciación entre ambas no es fácil (un debate que ha tenido larga duración es si el PIB de EUA es estacionaria en tendencia o estacionaria en diferencia), y es muy posible que una serie tenga a la vez tendencia determinística y raíz unitaria (con frecuencia llamada tendencia estocástica). ¿Qué ocurre si de manera equivocada eliminamos la tendencia de una serie estacionaria en diferencia o usamos la primera diferencia de una serie estacionaria en tendencia? Entonces, de manera desafortunada, surgen los problemas. Si eliminamos la tendencia de una serie estacionaria en diferencia, los efectos de los errores continuarán siendo persistentes. En esencia todo lo que habrá ocurrido es que los errores se verán disminuidos. Si tomamos la primera diferencia de una serie estacionaria en tendencia induciremos errores promedio móviles. Como ejemplo, se puede tomar la primera diferencia de (1) en los períodos de tiempo t y $t+1$, que produce $\Delta p_t = t + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t+1})$ y $\Delta p_{t+1} = t + (\varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t)$. Por lo tanto, presencia de ε_t en ambos es el resultado de errores promedio móviles.

Resumen

En resumen, muchas series de interés para los investigadores y los formuladores de política son no estacionarias. Tal vez podamos lograr la estacionariedad si sustraemos una tendencia o quizá tomando una o más diferencias. En la práctica, a menudo es muy difícil saber si se debe eliminar la tendencia, o diferenciar o hacer ambas cosas a una serie. Se discute esto en la parte principal de este manual.

2. El tratamiento apropiado de las variables que parecen tener raíces unitarias

a) Tratamiento estadístico

Una respuesta frecuente al problema de raíz unitaria,

consiste en asegurarse de que todas las variables usadas en una regresión son estacionarias por diferenciación o bien, removiendo la tendencia, y a continuación usar los procesos estacionarios resultantes para estimar la ecuación de interés. Como las variables serán entonces estacionarias, el peligro de calificar las regresiones como espurias estará minimizado.

Sin embargo, el problema de la regresión espuria puede rondar nuestras estimaciones, aun si las variables en nuestra regresión fueran estacionarias pero muy autorregresivas. Cuanto más corto sea el período muestral, será más probable que ocurran regresiones espurias con procesos de cuasi-raíz unitaria. Las pruebas de raíz unitaria verifican si la variable es estacionaria en diferencia comparada con si es estacionaria, y en consecuencia puede contribuir a evitar el problema de regresión espuria.

Aunque con frecuencia se requiere mucho esfuerzo y tiempo tratando de identificar en forma exacta por qué una variable es no estacionaria, las diferencias entre formas alternativas de no estacionariedad no siempre requieren tener importancia. Por ejemplo, aunque en muestras muy grandes la distribución y, por lo tanto, el desempeño del pronóstico de los modelos estimados con un proceso de raíz unitaria es diferente de manera discontinua de los modelos estimados con procesos de cuasi-raíz unitaria, en muestras más pequeñas (justo las que tienen que usar los economistas de banca central), dichas diferencias pueden ser ligeras (Cochrane, 2002, p. 193).

b) Tratamiento económico

Sin embargo, existe un problema con el tratamiento estadístico. La teoría económica a menudo predice que una variable debe ser estacionaria, pero las pruebas sugieren que no es así. La inflación es un buen ejemplo. Un economista de banca central normalmente estudiará la política o hará un pronóstico con el supuesto de que la política monetaria funciona, por lo que es difícil creer que una política monetaria exitosa puede dar por resultado una tasa de inflación no estacionaria en estado estacionario.⁶ Sin embargo, durante el

⁶ Las condiciones iniciales y el horizonte tienen su importancia aquí. Si la tasa de inflación actual es, digamos, 10%, y la tasa a largo plazo deseada

período que cubren los datos, la inflación puede ser no estacionaria y fallar en la prueba de raíz unitaria. Esto hace surgir el peligro de que la política se base en un modelo estimado con datos que son inconsistentes con los supuestos condicionantes del entorno de la política. Una respuesta frecuente a este dilema consiste en citar el bajo poder de las pruebas de raíz unitaria y la justificación teórica para la *verdadera* estacionariedad de las series y, por lo tanto, incluir los datos en las regresiones, aunque fracasaron en las pruebas de raíz unitaria. Un enfoque más sofisticado podría intentar la modelación de la senda de desequilibrio de la inflación. En cualquier caso, el econometrista debe tener en cuenta este tema y sus consecuencias potenciales.

Dado el bajo poder de las pruebas de raíz unitaria, una aceptación de la hipótesis nula de que una variable es estacionaria en diferencia comparada con que es estacionaria, podría tomarse como indicio de una regresión espuria, en lugar de una firme evidencia de estacionariedad en diferencia en sí misma (Blough, 1992). A la luz de los peligros de una regresión espuria y la limitada capacidad de las pruebas de raíz unitaria, sugeriríamos que esto sea visto como parte del diagnóstico de ecuaciones nocivas para la modelación.

3. Pruebas de raíz unitaria

Para ver cómo funciona la prueba, podemos modelar la inflación como series de tiempo:

$$(2) \quad \pi_t = \sum_{i=1}^p a_i \pi_{t-i} + \sum_{i=0}^q c_i \varepsilon_{t-i} + \varphi(t),$$

donde π_t es la tasa de inflación y ε_t es un error aleatorio en t . Podemos incluir otras variables que son puramente una función del tiempo (tales como la tendencia o variables dumi

es 2%, entonces debe haber un período de desinflación. Dependiendo de las rigideces en la economía, dicho período puede ser más largo que el horizonte de pronóstico. De modo que el pronóstico podría tener que lidiar con inflación no estacionaria temporalmente. No obstante, esto será temporal, pues cualquier política razonable tendrá la inflación estacionaria como propósito de su política monetaria.

para tratar de explicar los quiebres estructurales), las cuales agrupamos en $\varphi(t)$.

La ecuación (2) es la *representación de serie de tiempo* de la inflación, que describe a la inflación solo como una función de sus propios valores rezagados, errores ARMA (proceso autorregresivo de promedios móviles) estacionarios, y procesos dependientes del tiempo. Una prueba de raíz unitaria estándar consiste en inferir si la inflación es un proceso diferenciado estacionario según se estima en la ecuación (2). En nuestro primer ejercicio mostramos la forma en que se debe realizar dicha prueba. Estas pruebas pueden ser poco confiables, especialmente con intervalos cortos de datos,⁷ de modo que ponemos de relieve las circunstancias principales según las cuales estas pruebas fallan. En particular, resulta difícil usar pruebas estándar para distinguir con exactitud entre diferentes formas de comportamiento económico no estacionario: estacionarias en tendencia, estacionarias en diferencia, quiebres estructurales e incluso procesos de cuasi-raíz unitaria.

A continuación pasaremos a demostrar una generación posterior de pruebas destinadas a hacer frente a estos problemas. Estas pruebas son menos generales: cada una se aplica a una serie de supuestos diferentes acerca de la ecuación (2). Esto plantea la cuestión adicional acerca de cómo proceder con la prueba de raíz unitaria cuando se posee información limitada sobre las otras propiedades de las series de tiempo.

Pruebas de raíz unitaria más especializadas pueden ayudar a distinguir entre diferentes procesos de series de tiempo.

⁷ El intervalo de una serie de tiempo es la extensión de tiempo cubierta por esa serie. Para que comprendamos su importancia, consideremos la tasa de desempleo en el RU. Desde inicios de los años setenta hasta los primeros años de la década del noventa, esta tasa se incrementó en forma notable (aunque con oscilaciones debido al ciclo económico). Si la hubiéramos examinado, probablemente habríamos encontrado que era no estacionaria, sin importar el número de observaciones que se tuvieran durante ese período (aunque puede ser más fácil identificar si contamos con muchas observaciones). Sin embargo, la tasa de desempleo ha caído desde entonces a los niveles que se registraban en los años sesenta. De haber usado series más largas, podríamos haber llegado a la conclusión de que se trataba de un proceso estacionario, como lo sugiere la teoría.

Lo anterior puede resultar útil en particular para distinguir entre alternativas de importancia para los pronósticos. Por ejemplo, un ajuste exógeno temporal conducirá a un cambio en el pronóstico a largo plazo para el PIB mundial si éste fuera un proceso estacionario en diferencia, mientras que si fuera un proceso estacionario en tendencia, su pronóstico a largo plazo no sería afectado. Los pronósticos pueden ser de más ayuda cuando se consideran como una secuencia de distribuciones de probabilidad más que de números. En adición a la proyección central, la incertidumbre condicional también puede variar dependiendo de cómo se modela la no estacionariedad (Clements y Hendry, 1998).

Una variable que tiene raíz unitaria no necesariamente implica que la regresión sea espuria, pues podría ser que las variables sean estacionarias en diferencia pero relacionadas en el largo plazo y, por lo tanto, cointegradas. Como nuestro objetivo ulterior consiste en construir modelos estructurales especificados en forma correcta, esto quiere decir que necesitamos comprender cómo interactúan las variables mediante el empleo de técnicas multivariadas.

RECUADRO A. TAMAÑO Y PODER DE UNA PRUEBA

Un problema con las pruebas de raíz unitaria es que sufren por el bajo poder y tamaño distorsionado. Este recuadro define lo que queremos decir con esos términos.

En el marco de la prueba de hipótesis clásica, se especifican las hipótesis *nula* y *alternativa*, las dos conclusiones competitivas que se pueden inferir de los datos. A continuación se examinan los datos, para ver si podemos ser capaces de rechazar la hipótesis nula y en consecuencia aceptar la alternativa. Por lo general nos interesa rechazar la hipótesis nula, de modo que, para estar seguros, necesitamos tener plena confianza de que es incorrecta, antes de rechazarla. En consecuencia, se utilizan niveles de significancia tales como 90% o 95%. Esto quiere decir que al usar los datos nos sentimos confiados en más de 90% (o 95%) de que la hipótesis nula está equivocada.

Se pueden cometer dos tipos de errores: podríamos rechazar en forma incorrecta una hipótesis nula verdadera (esto se denomina a menudo error tipo I) o podríamos aceptar una hipótesis nula siendo falsa (un error de tipo II). Las consecuencias de los errores dependen de las circunstancias y el investigador deberá

elegir el nivel de significancia de forma adecuada. Por ejemplo, si al examinar un nuevo cosmético la preocupación de una compañía farmacéutica es la posibilidad de causar una seria enfermedad, sin duda deseará asegurarse de que no hay riesgo antes de venderla. Sería de esperar que la hipótesis nula sea que causa enfermedad y se use un nivel de confianza muy alto. Sin embargo, si se está tratando de encontrar una cura para una enfermedad de otro modo incurable y que llevaría a una rápida muerte, entonces se puede aceptar un nivel de confianza más bajo, pues los costos de equivocarse son más bajos y los beneficios más altos.

El tamaño de la prueba es la probabilidad de cometer un error tipo I, que sería el nivel de significancia escogido. El tamaño resulta distorsionado si la probabilidad verdadera no es la que uno piensa estar probando. Esto ocurrirá si la distribución verdadera del estadístico de prueba es diferente de la que uno está usando. Un problema mayor con las pruebas de raíz unitaria en general, y particularmente la prueba Dickey-Fuller, es que la distribución de los estadísticos de prueba es tanto no estándar como condicional al orden de integración de las series, las propiedades de series de tiempo de los errores, si la serie tiene tendencia, etc. Esto significa que los problemas de distorsión de tamaño son comunes. Por ejemplo, usted puede querer hacer pruebas al nivel de 95%, pero no conoce la distribución correcta. Suponga, que el valor del estadístico de prueba en el percentil 95 es α para la distribución que está usando, pero α está en el percentil 90 en la distribución verdadera. En este caso estaría rechazando más hipótesis de las que espera y reduciendo sus probabilidades de cometer un error tipo I.

Si bien la reducción es a un costo, porque la probabilidad de cometer un error tipo II está relacionada en forma inversa con la de cometer un error de tipo I. El poder de una prueba consiste en la probabilidad de rechazar una hipótesis nula falsa, es decir, uno menos la probabilidad de cometer un error tipo II. Las pruebas de raíz unitaria notoriamente tienen muy bajo poder.

Tome nota de que el tamaño de la prueba y su poder no son iguales, ya que son probabilidades condicionales basadas en diferentes condiciones: una se basa en una hipótesis nula verdadera y la otra en una hipótesis nula falsa.

Cuando se realizan pruebas de raíz unitaria, la hipótesis nula normalmente es: la variable tiene raíz unitaria. El bajo poder de las pruebas de raíz unitaria, significa que en ocasiones somos incapaces de rechazar la hipótesis nula, concluyendo en forma equivocada que la variable tiene raíz unitaria.

4. Limitaciones de las pruebas de raíz unitaria

En este punto, es importante hacer una pausa y recordarnos por qué, como banqueros centrales y constructores de modelos, estamos interesados en pruebas de raíz unitaria. Nuestro enfoque va a lo que podemos inferir a partir de una estimación de la ecuación (2), acerca de la técnica apropiada para estimar un modelo estructural de inflación (o cualquier otra variable). La representación de las series de tiempo es necesariamente una forma reducida de modelo de inflación. Esto significa que hemos tomado lo que creemos es la forma en que la inflación se genera en realidad y la hemos reescrito, de modo que la inflación es solo una función de valores pasados de sí misma y otras variables. Tenemos que recordar que ambas representaciones deben ser consistentes una con otra, pero que no son iguales. Perdemos cierta cantidad de información acerca del proceso, cuando pasamos del sistema estructural a la forma reducida de representación, de modo que sólo podemos aprender una cantidad limitada de información acerca del sistema estructural con la simple observación de la forma reducida (en este caso, nuestras pruebas de raíz unitaria).

Otra debilidad con las pruebas de raíz unitaria es que, hablando de manera práctica, es casi imposible distinguir una serie estacionaria en diferencia de otra altamente autorregresiva. De la misma manera, las diferencias entre series con tendencia y series estacionarias en diferencia pueden resultar muy difíciles de ver en muestras pequeñas. Por esto, exhortamos a los usuarios a pensar en cada prueba de raíz unitaria como información útil, pero no definitiva. Las pruebas estadísticas se usan mejor junto con la teoría económica y la comprensión de la economía en cuestión.

RECUADRO B. ECUACIONES ESTRUCTURALES Y DE FORMA REDUCIDA

Por ecuación o modelo estructural, nos referimos a la descripción del proceso que está escrito en términos de los parámetros o las variables que nos interesan. Sin embargo, en muchos casos, no podemos estimar un modelo en su forma estructural, de modo que necesitamos reordenarlo para que pueda ser estimado. (Típicamente, un modelo estructural tiene variables endógenas

corrientes que afectan en forma contemporánea a otras variables endógenas. Si en forma ingenua estimamos las ecuaciones usando MCO, por lo general obtendremos estimaciones sesgadas.) De modo que reordenamos el modelo de tal forma que las variables endógenas son funciones de variables exógenas o variables endógenas predeterminadas. Decimos que el modelo reordenado es de forma reducida. Un tema muy común para la economía aplicada es que los estudios teóricos modelan los procesos económicos en tal forma que resulta imposible (o muy difícil) estimarlos en forma directa. El economista encargado debe entonces reescribir el modelo, estimar la forma reducida, y usar el esquema de identificación apropiado para recuperar los parámetros de interés.

Un importante ejemplo en economía monetaria es la *regla de Taylor*. Los formuladores de la política monetaria utilizan una enorme masa de información cuando establecen la política a seguir, pero Taylor (1993) sugirió que la función de reacción política de la Reserva Federal podía ser abordada mediante una regla simple que modelaba la política como nutriente de la brecha del producto corriente y la divergencia de la inflación de su meta (implícita en el caso del FED).

Esta es una relación de forma reducida, dado que las reacciones de los formuladores de política ante toda la información relevante se resumen en su reacción ante las *brechas* del producto y de la inflación. Podemos estimar en forma válida la regla de Taylor usando MCO, si un cambio en las tasas de interés de política no tienen efecto contemporáneo sobre la inflación o el producto, y si no hay otras variables que afecten en forma simultánea a la tasa de política (de forma que no sea solo a través de inflación o producto corrientes) y al menos a uno de la inflación o el producto.

II. Los ejercicios

1. Resumen de ejercicios

Comenzamos generando de manera artificial una variable de raíz unitaria y dos variables de cuasi-raíz unitaria, una de las cuales tiene tendencia, y procedemos a comparar sus propiedades. En muestras muy grandes, las diferencias entre la distribución de estas series es clara, pero resulta muy difícil distinguir con resúmenes estadísticos sencillos (tales como las estimaciones muestrales del promedio, la varianza, o

autocorrelaciones) en una serie de tiempo típicamente macroeconómica con una breve muestra de datos ruidosos.

La prueba Dicky-Fuller estándar fue diseñada para ofrecer una prueba directa de estacionariedad en diferencia contra estacionariedad. Revisamos las condiciones según las cuales la prueba informa el resultado correcto en cada caso de estas tres series. Mostramos que, tanto un tamaño distorsionado (una probabilidad incorrecta de rechazar la hipótesis nula siendo cierta) como un bajo poder (una probabilidad alta de aceptar una hipótesis nula siendo falsa) pueden aparecer en estas pruebas debido a que los valores críticos son sensibles a las propiedades de los datos de otras series de tiempo.

En consecuencia, se han propuesto muchas pruebas diferentes, cada una aplicable a un conjunto diferente de circunstancias. Demostramos cuatro útiles variaciones sobre el tema: pruebas que tienen por objeto ser efectivas cuando las series tienen dinámicas rezagadas o errores ARMA; cuando las series pueden tener una tendencia de tiempo o cuando podrían tener un proceso de tendencia que cambia suavemente. Sin embargo, cuando realizamos estas pruebas a menudo no sabemos cuál es el modelo apropiado que se debe usar. Comprobar las propiedades de las series de tiempo es tarea complicada, porque nuestra inferencia de las raíces unitarias es a menudo predicha sobre otros aspectos del modelo, y nuestra inferencia del resto de los modelos depende de si hay o no una raíz unitaria.

A pesar de la variedad de pruebas de que se dispone en la actualidad, subsiste el consenso de que en las muestras pequeñas que son las que usualmente se encuentran disponibles para la modelación, las pruebas de raíz unitaria pueden ser capaces de distinguir entre raíces unitarias y variables muy estacionarias, pero no distinguen en la misma medida entre diferentes formas de comportamiento no estacionario o formas similares de comportamiento no estacionario. Como mostramos, existen nuevas pruebas destinadas a ser robustas ante formas individuales de no estacionariedad, en particular ante diferentes tipos de tendencias determinísticas, aunque ninguna de las pruebas generales es dominante (Stock, 1994). De ahí la importancia de pensar acerca de los

procesos subyacentes que determinan las series, incluso antes de aplicar pruebas de raíz unitaria.

Mostramos cómo implementar el “enfoque de modelación de series de tiempo estructurales” para estimar variables no estacionarias, como se discute en Harvey (1989). Este enfoque nos permite abarcar la cuasi-estacionariedad y la estacionariedad en diferencia con formas distintas de comportamiento de tendencia determinística dentro de un marco de espacio de estado. El enfoque de modelación de series de tiempo estructurales puede ser una manera útil de comprender cómo modelar el comportamiento de una variable fuertemente exógena para nuestros pronósticos de política monetaria, cuando estamos seguros de que la variable es no estacionaria en la muestra, pero no se tiene seguridad acerca de la forma de no estacionariedad que exhibe.⁸

Nos preguntamos también cuando importan las diferencias entre modelos no estacionarios, y cuando pueden ser ignoradas. Utilizando los datos sudafricanos, comparamos los pronósticos dentro de la muestra para diferentes tipos de comportamiento no estacionario, incluidos en el marco de las series de tiempo estructurales. Al menos en términos de errores de pronóstico promedio dos años adelante, algunos modelos describen pronósticos similares. Con base en estas verificaciones robustas, se puede llegar a la conclusión de que no siempre se gana mucho al buscar la precisión en la modelación de series de tiempo univariadas. Lo más importante es identificar y someter a prueba, entre los contendientes más plausibles, para describir la no estacionariedad exhibida por los datos.

Ponemos fin a nuestros ejercicios realizando una prueba de raíz unitaria multivariada desarrollada en Hansen (1995) sobre nuestros datos sudafricanos, y comparamos el resultado con el de una prueba de raíz unitaria estándar.⁹

⁸ Hablando en términos aproximados, si una variable x es *débilmente exógena* con respecto a la estimación de un coeficiente en una regresión que explica y , ello significa que los valores de x no se afectan por los de y en ese período. x es *fuertemente exógena* con respecto a ese coeficiente si resulta débilmente exógeno y , y no causa x en el sentido de Granger. Una fuerte exogeneidad constituye un concepto importante cuando se piensa en los pronósticos, ya que implica una falta de efectos retroactivos.

⁹ En un recuadro final, el recuadro D, se ofrece una breve introducción sobre pruebas de raíces unitarias no lineales. Esto constituye una parte

a) *Una nota acerca de los comandos en EViews*

Existen tres formas principales para emplear *EViews*: se pueden usar menús desplegables, comandos en la *ventana* correspondiente, o bien se pueden usar programas. Los comandos para los programas son los mismos que aquellos en la ventana de comandos. Usaremos tanto comandos como menús en las instrucciones que acompañan a los ejercicios. Para diferenciarlas de otros textos están escritas en cursiva, y diferenciamos los comandos de los menús mediante el uso de comillas. Así “*genr x=x (1)+nrnd*” es un comando que se necesita escribir en la ventana de comandos o en un programa; mientras que, cuando solicita presionar la tecla *Quick*, *Sample*,... esto denota una serie de menús para seleccionar.

2. *Variables estacionaria en diferencia, cuasi-raíz unitaria, y estacionaria en tendencia*

Una serie es autorregresiva si depende de sus valores previos. Es de tendencia si crece o decrece de manera determinística a través del tiempo.¹⁰ La forma general del ejemplo que usamos en este ejercicio es:

$$x_t = \alpha x_{t-1} + \beta t + \varepsilon_t.$$

La tendencia está dada por β y el elemento autorregresivo por α . Si sustraemos βt de cada observación eliminamos la tendencia de la serie, que se convierte en:

$$x_t = \alpha x_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Esto es estacionario siempre y cuando $|\alpha| < 1$. Un ejemplo importante de series no estacionarias es cuando $\alpha = 1$, la *caminata aleatoria*. En este ejercicio, investigamos las diferencias

más o menos reciente de la literatura sobre las pruebas de raíz unitaria y parece ser muy prometedor. Puede conducir a ganancias significativas en el poder de las pruebas de raíz unitaria en un futuro cercano.

¹⁰ La tendencia puede ser mucho más compleja que las que se consideran aquí. Muchos modelos han sido desarrollados para tratar de recuperar la tendencia entre los datos ruidosos. Canova (1998) comenta cómo el uso de los diferentes filtros puede cambiar los resultados de manera notable. También discute la diferencia entre la parte despojada de tendencia de una serie y la parte cíclica de otra serie.

entre variables estacionarias pero sumamente autorregresivas, y variables no estacionarias.

a) *Ejercicio*

Datos generados en tres series: una caminata aleatoria (x_t), un proceso estacionario pero sumamente autorregresivo (y_t) y una variable con tendencia con un fuerte elemento autorregresivo (z_t).

$$\begin{aligned}x_t &= x_{t-1} + e_{1t} \\y_t &= 0.9y_{t-1} + e_{2t} \\z_t &= 0.005t + 0.9z_{t-1} + e_{3t},\end{aligned}$$

donde las tres series de error, e_{1t} , e_{2t} y e_{3t} , son independientes, y generados en forma aleatoria a partir de una distribución normal con promedio cero y desviación estándar de 0.02. Si las variables están en logaritmos, esto significa que el componente no predecible de sus representaciones de series de tiempo tiene una desviación estándar aproximada de 2% en esta frecuencia (trimestral en este caso). Escogemos 88 observaciones para que sean similares a un juego de datos típico de política monetaria.

b) *Instrucciones*

Para generar x , y y z , escriba lo siguiente en la ventana del *workfile* de trabajo:

“*simpl* 1979:4 2001:4”

“*gener* $x=0$ ”

“*gener* $y=0$ ”

“*gener* $z=0$ ”

“*simpl* 1980:1 2001:4”

“*gener* $x=x(-1)+0.02*nrnd$ ”

“*gener* $y=0.9*y(-1)+0.02*nrnd$ ”

“*gener* $z=0.005*@trend(80:1)+0.9*z(-1)+0.02*nrnd$ ”

nrnd es un error generado en forma aleatoria con distribución

normal y con varianza igual a 1. Primero despejamos los valores de las variables fijándolos todos ellos como iguales a cero. Después tenemos que mover el período de muestra un período hacia delante, dado que las variables son funciones de los valores de sus períodos previos. Esto significa que requieren una condición inicial para ser definidas. Si no se sigue la secuencia que vemos más arriba, las series no contendrán números.

3. Peligros en la interpretación de un resumen *simple de estadísticos de variables no estacionarias*

a) Ejercicio

Trace una gráfica de x , y y z de 1980:1 a 2001:4. ¿Cuáles son las estimaciones muestrales de su promedio y varianza durante este período? ¿Cuáles son las estimaciones muestrales de su promedio y varianza para 1990:1 a 2001:4?

b) Instrucciones

Haga una gráfica con x , y y z , luego en el menú del *workfile* escoja *Quick*, *Group Statistics*, *Common Sample* y presione la tecla *Ok*. Para cambiar la muestra, presione la tecla de *Sample* en la ventana de *Group* y cambie el rango de la muestra.

c) Respuesta

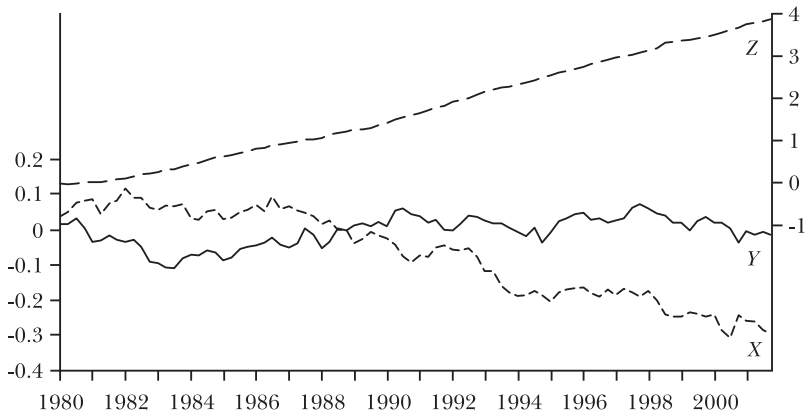
La gráfica III muestra la serie generada y el cuadro 3 las respuestas obtenidas de una ejecución típica del experimento. Sus respuestas serán diferentes, pero la imagen subyacente (como se comenta más adelante) debe ser la misma.

d) Análisis

El promedio, varianza y autocovarianza de una variable estacionaria en diferencia son siempre dependientes del tiempo, sin importar cuán grande sea su muestra. De modo que no habrá razón para que las estimaciones muestrales del promedio y la varianza sean las mismas a través de las diferentes submuestras. Como el promedio, la varianza y la

autocovarianza de una serie estacionaria son asintóticamente independientes del tiempo, encontraríamos números similares para tales estadísticas de y y z (una vez admitido el término de tendencia) a través de diferentes submuestras con tal que el conjunto de datos tenga un intervalo lo suficientemente grande.

GRÁFICA III. REALIZACIÓN REPRESENTATIVA DE X , Y Y Z , 1980-2000



CUADRO 3. RESUMEN DE ESTADÍSTICAS PARA UNA REALIZACIÓN DE X , Y Y Z

	<i>Muestra 1980:1 - 2001:4</i>			<i>Muestra 1990:1 - 2001:4</i>		
	X	Y	Z	X	Y	Z
Promedio	-0.21	-0.03	1.776	-0.289	-0.031	2.726
Mediana	-0.227	-0.03	1.735	-0.304	-0.024	2.675
Nº de obser- vaciones	88	88	88	48	48	48

4. El correlograma de la muestra y la no estacionariedad

a) Ejercicio

¿Qué es lo que los correlogramas de la muestra de x y y nos dicen acerca de la estacionariedad?

b) Instrucciones

Resalte x , luego escoja el menú *Quick, Series Stats, Correlogram*. Repita con y .

c) *Respuesta*

La gráfica IV muestra las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial generadas por las series x y y .

d) *Análisis*

La función de autocorrelación asintótica analítica de una serie estacionaria en diferencia es igual a uno para todos los rezagos y adelantamientos.¹¹ En y , sin embargo, la cuasi-raíz unitaria debe ser siempre menor que uno y disminuir tanto con los rezagos como con los adelantamientos. Sin embargo en muestras finitas, esta estimación de la función de autocorrelación de un proceso de raíz unitaria es sesgada para que sea menor a uno y disminuya hacia cero a medida que se incrementan los rezagos y los adelantamientos, a semejanza de un proceso de cuasi-raíz unitaria (Cochrane, 1991a). De ahí que pueda ser difícil, para nuestras medidas de persistencia basadas en nuestro MCO, distinguir entre ambas. Se puede desear experimentar con diferentes tamaños de muestra, para ver que las funciones de autocorrelación de series estacionarias en diferencia y no estacionarias en diferencia se vuelven mucho más claras a medida que la muestra se incrementa.

5. La prueba Dickey-Fuller

Como ya lo hemos comentado, una variable simple autorregresiva tiene la forma $x_t = \alpha x_{t-1} + \varepsilon_t$. Si sustraemos x_{t-1} de ambos lados el resultado es:

$$(3) \quad \Delta x_t = (\alpha - 1)x_{t-1} + \varepsilon_t.$$

La ecuación (3) es la base de la prueba Dickey-Fuller. El estadístico de prueba es el *estadístico t* sobre la variable dependiente rezagada. Si $\alpha > 1$ el coeficiente de la variable dependiente rezagada será positivo. Si α es igual a la unidad, $(\alpha - 1)$ será igual a cero. En ambos casos x_t será no estacionaria.

¹¹ La función de autocorrelación de la muestra es la estimación de la correlación de la muestra entre el valor corriente de una variable y su rezago j -ésimo. La autocorrelación parcial m -ésima es el último coeficiente en una regresión MCO de la variable sobre sus m rezagos (ver el Hamilton, 1994, pp. 110-1).

La hipótesis nula en la prueba Dickey-Fuller es que α es igual a 1. La hipótesis alternativa es que $\alpha < 1$, es decir, que $(\alpha - 1)$ es negativo, lo que refleja el proceso estacionario.¹² En este ejercicio, asumimos que tenemos un conocimiento preciso *a priori* acerca del proceso que determina cada serie. Lo que debemos comprobar es si la variable tiene raíz unitaria, dado que, en cada caso, conocemos que otra cosa determina la serie.

a) Ejercicio

Pruebe x , y y z para estacionariedad en diferencia de primer orden usando la prueba Dickey-Fuller. Suponga que conoce que ninguno de los tres procesos contiene ya sea una constante o valores de diferencia rezagada. Se sabe que no hay tendencia en x y y , sólo en z .

b) Instrucciones

Para establecer la muestra entre 1980:1 y 2001:4, escriba “*simpl 1980:1 2001:4*” en la ventana *workfile*. Presione dos veces sobre x y escoja el menú: *View, Unit Root Test*. Después seleccione *Augmented Dickey-Fuller Test, No lagged difference, No intercept* y luego presione *Ok*.

Pruebe y para estacionariedad en diferencia en la misma forma. Para aplicar la prueba para z , escoja *no lagged difference, trend e intercept*.

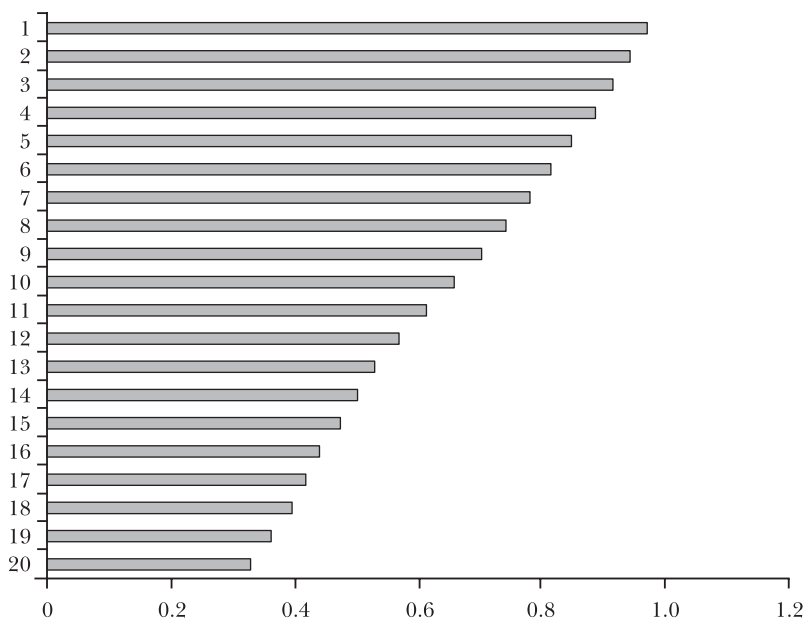
c) Respuesta

Informamos los resultados de tal experimento en el cuadro 4. En este caso, la prueba Dickey-Fuller es correcta para las tres variables al nivel de confianza de 95%. Sin embargo, si repetimos el experimento para 10.000 generaciones diferentes de x , y y z , encontramos que la prueba acepta en forma incorrecta la hipótesis nula de no estacionariedad 33% del tiempo en el caso de y , 10% del tiempo para z , al nivel de 95%, como se muestra en el cuadro 5.

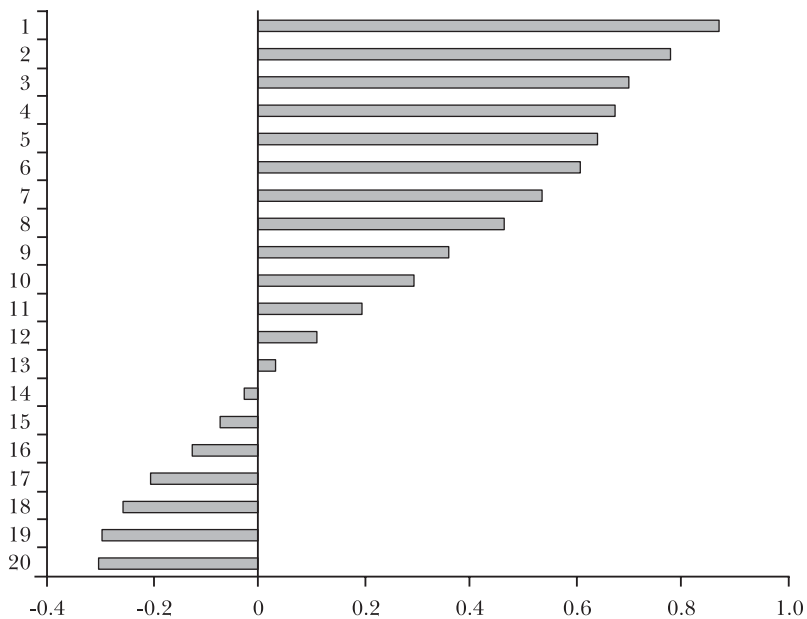
¹² Suponemos que $\alpha > -1$, de modo no tenemos que preocuparnos por la posibilidad de que $(\alpha - 1) < -2$.

GRÁFICA IV. CORRELOGRAMA Y CORRELOGRAMA PARCIAL PARA LAS

Autocorrelación de X

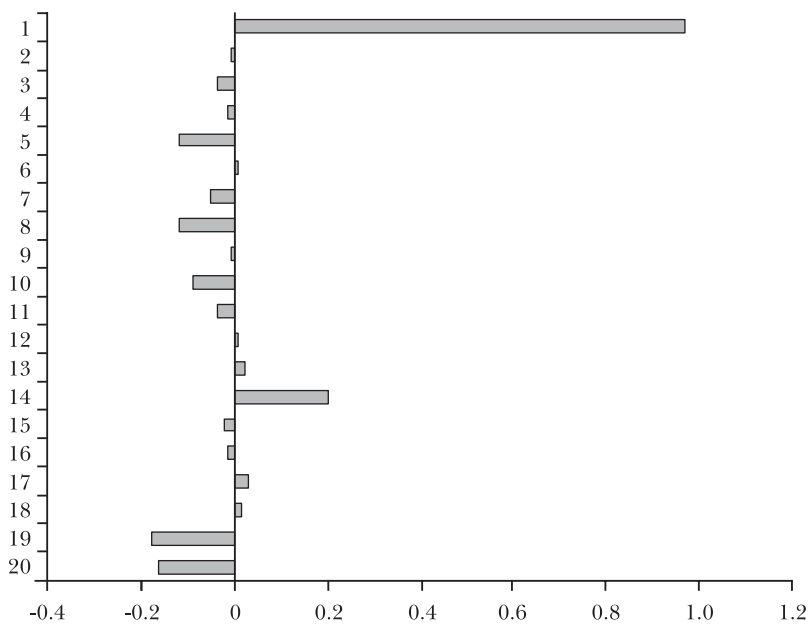


Autocorrelación de Y

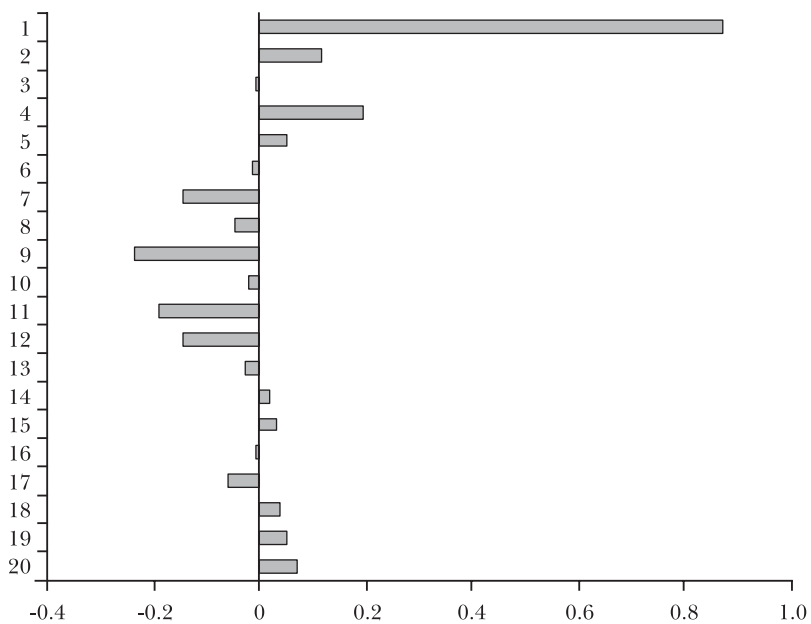


REALIZACIONES DE X, Y Y Z

Autocorrelación parcial de X



Autocorrelación parcial de Y



CUADRO 4. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS ADF SOBRE X, Y Y Z

X				
Prueba estadística ADF	0.844		Valor crítico al 1%*	-2.601
			Valor crítico al 5%	-1.946
			Valor crítico al 10%:	-1.619
* Valores críticos de McKinnon para rechazar la hipótesis de raíz unitaria.				
<i>Variable</i>	<i>Coficiente</i>	<i>Error Estándar</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>
X(-1)	0.008	0.009	0.931	0.354
R ²	-0.03		Promedio de la variable dependiente	-0.004
R ² ajustado	-0.03		Desviación estándar de la variable dependiente	0.019
Error cuadrático de la regresión	0.02		Criterio de información Akaike	-4.999
Suma de residuos al cuadrado	0.034		Criterio Schwarz	-4.971
Probabilidad logarítmica	221		Estadístico Durbin-Watson	1.811
Y				
Prueba estadística ADF	-2.148		Valor crítico al 1%*	-2.601
			Valor crítico al 5%	-1.946
			Valor crítico al 10%:	1.619
* Valores críticos de McKinnon para rechazar la hipótesis de raíz unitaria.				
<i>Variable</i>	<i>Coficiente</i>	<i>Error Estándar</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>
Y(-1)	-0.102	0.047	-2.148	0.035
R ²	0.05		Promedio de la variable dependiente	0
R ² ajustado	0.05		Desviación estándar de la variable dependiente	0.021
Error cuadrático de la regresión	0.02		Criterio de información Akaike	-4.95
Suma de residuos al cuadrado	0.036		Criterio Schwarz	-4.922
Probabilidad logarítmica	218.8		Estadístico Durbin-Watson	1.758
Z				
Prueba estadística ADF	-4.365		Valor crítico al 1%*	-4.065
			Valor crítico al 5%	-3.461
			Valor crítico al 10%:	-3.156
*Valores críticos de McKinnon para rechazar la hipótesis de raíz unitaria.				
<i>Variable</i>	<i>Coficiente</i>	<i>Error Estándar</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>
Z(-1)	-0.115	0.026	-4.365	0
C	-0.004	0.009	-0.43	0.669
@*TREND(1980:1)	0.006	0.001	4.58	0
R ²	0.172		Promedio de la variable dependiente	0.045
R ² ajustado	0.153		Desviación estándar de la variable dependiente	0.023
Error cuadrático de la regresión	0.021		Criterio de información Akaike	-4.874
Suma de residuos al cuadrado	0.037		Criterio Schwarz	-4.79
Probabilidad logarítmica	217.5		Estadístico F	8.828
Estadístico Durbin-Watson	2.3		Probabilidad (Estadístico F)	0

CUADRO 5. ESTUDIO MONTE CARLO DE PRUEBAS ADF CON EL USO DE 10.000 REALIZACIONES DE X, Y Y Z

% de rechazo en 10.000 realizaciones	
Proporción de rechazos de X como raíz unitaria*	5.20
Proporción de rechazos de Y como raíz unitaria*	67.30
Proporción de rechazos de Z como raíz unitaria**	90.20

Series subyacentes

x = x(-1)+0.02*nrnd
y = 0.9*y(-1)+0.02*nrnd
z = 0.9*z(1)+0.02*nrnd+0.005*@trend(1980:1)

Período de muestra: 1980:1 2001:4

* Prueba ADF para la presencia de raíz unitaria basada en un nivel de significancia de 95%. Sin constante, sin tendencia de tiempo, y sin rezagos. ** Prueba ADF para la presencia de raíz unitaria basada en un nivel de significancia de 95%. Con constante y con tendencia, pero sin rezagos.

Se acepta correctamente la hipótesis nula de no estacionariedad en el caso de x , 95% del tiempo al mismo nivel, lo que confirma que cuando la variable es una raíz unitaria, los valores críticos son una buena aproximación en este tamaño de muestra, pero que la prueba sufre por el bajo poder.

En muestras pequeñas y ruidosas, la prueba de raíz unitaria estándar Dickey-Fuller incorrectamente puede aceptar variables cuasi-raíz unitaria y variables estacionarias en tendencia como variables de raíz unitaria.¹³ Un problema es que los valores críticos son sensibles a pequeños cambios en las propiedades de las series de tiempo del proceso subyacente. En el ejercicio 10, sección b, exploramos las implicaciones para el pronóstico de la clasificación errónea de un proceso de estacionariedad en tendencia o de cuasi-raíz unitaria como uno de raíz unitaria.

¹³ Muchas pruebas de estacionariedad se hallan sujetas a la misma escala de bajo poder y tamaño distorsionado que las pruebas Dickey-Fuller (Gonzalo y Lee, 1995). Además, aunque siempre es posible generar ejemplos de procesos cuasi-estacionarios o estacionarios en tendencia que están en forma arbitraria cerca de cualquier proceso estacionario en diferencia mediante una selección por criterio de los parámetros, ello no siempre significa que las pruebas de raíz unitaria son pruebas pobres. La desconfianza hacia las pruebas de raíz unitaria estándar surge porque los procesos estacionarios en tendencia, de cuasi-raíz unitaria, y estacionarios en diferencia que están suficientemente cercanos se asemejan entre sí, todos parecen caracterizaciones plausibles de muchos datos macroeconómicos, pero pueden tener implicaciones de pronóstico muy diferentes.

Otro problema, que se pasó por alto en el ejercicio del numeral 5, es que en la práctica, no conocemos las otras propiedades de series de tiempo del proceso antes de realizar cualquier prueba, de manera usual sólo disponemos de conjeturas para empezar a trabajar. En el siguiente ejercicio se explora cómo determinar el orden de la estacionariedad en diferencia. En el ejercicio 7 nos esforzamos por utilizar algunas adaptaciones comunes para atender la posibilidad de que la representación de las series de tiempo también se caracterice por elementos estacionarios autorregresivos, errores ARMA, tendencias o quiebres estructurales.

6. Prueba Dickey-Fuller aumentada (ADF)

La presencia de correlación serial en los residuos de la prueba Dickey-Fuller sesga los resultados. Esa es la razón por la cual se desarrolló la prueba ADF. La idea consiste en incluir suficientes variables dependientes rezagadas, para remover los residuos de la correlación serial. Existen varias formas de escoger el número de rezagos que deben añadirse. Puede usar uno de los criterios de selección de rezagos que *EViews* calcula en forma automática, comenzar con un número de rezagos razonablemente grande y comprobar en sentido descendente hasta que todos sean significativos o comprobar los residuos cada vez, para ver si contienen alguna correlación serial. La manera más simple consiste en usar el criterio de selección marcando la opción automática de selección de criterio. Hay varios criterios entre los cuales se puede escoger. Un criterio confiable y usado a menudo es el criterio de Schwartz. En este ejercicio, sin embargo, usamos una estrategia de prueba descendente. A menos de que haya una buena razón para creer que la serie tienen un orden de correlación más elevado, se puede comenzar con 12 rezagos para datos mensuales y 4 rezagos para datos trimestrales.

a) Ejercicio

Pruebe la serie *dsacpi* para no estacionariedad en una prueba Dickey-Fuller aumentada con 4 rezagos de la diferencia en tasas de inflación (la variable dependiente en la

prueba), y pruebe en sentido descendente hasta que solo obtenga rezagos significativos. Luego realice la prueba Dickey-Fuller para estacionariedad en diferencia.

b) Instrucciones

Resalte la serie *dsacpi* y escoja el menú: *View, Unit root test*. Elija *Augmented Dickey-Fuller test* con cuatro diferencias rezagadas, *No intercept* y después presione *Ok*. Si el cuarto rezago es no significativo, usando los valores críticos *t* estándar, déjelo y realice la prueba con tres rezagos de diferencias en la inflación. Repita hasta que la última diferencia rezagada en la inflación sea significativa. A continuación realice la prueba Dickey-Fuller para estacionariedad en diferencia, como se hizo antes.

c) Análisis

La razón por la que usamos esta prueba es que tanto la distribución asintótica y de muestra finita de los estadísticos de prueba de la raíz unitaria en una regresión Dickey-Fuller (tales como el estadístico *t*), dependen de la estructura de correlación de los errores. La regresión Dickey-Fuller aumentada está diseñada para corregir la autocorrelación residual, pero puede aplicarse también a errores promedio móviles, en tanto se inicie con un número suficientemente grande de rezagos (Said y Dickey, 1984). Pero pueden llegar a necesitarse muchos rezagos, en especial si el coeficiente del error promedio móvil es muy significativo o grande (Schwert, 1989). En el ejercicio 9, ensayamos otras pruebas que están destinadas a ser robustas frente a una amplia variedad de tipos de correlación serial de los residuos.

Es importante tratar de comprender por qué hay correlación serial en los datos. Por ejemplo, los datos pueden ser estacionales. Eso muy probablemente resultaría en una correlación serial positiva de orden *m-ésima*, donde *m* es el número de períodos en un año. El proceso es circular hasta cierto punto: si se pudiera establecer que toda correlación serial se debe a la estacionalidad, esto sería útil para determinar la prueba apropiada.

d) *Cómo determinar el orden de la estacionariedad en diferencia*

La mayoría de las series económicas son ya sea estacionarias en diferencia de primer orden [$I(1)$] o estacionarias [$I(0)$]. Sin embargo, algunas son de un orden de integración más elevado, en especial durante períodos relativamente cortos. Siguiendo con el ejemplo de la inflación en Sudáfrica usado en la introducción tenemos, la política monetaria sudafricana pudiera haber tenido como meta una desinflación gradual que siguiera una raíz unitaria, y de esa manera hacer que la inflación fuera estacionaria en diferencia y el nivel de precios $I(2)$.¹⁴ La meta, sin embargo, pudo de la misma manera haber seguido una tendencia en el tiempo, haciendo que el proceso de inflación fuera estacionario en tendencia y el nivel de precios estacionario de primer orden. Mostramos cómo establecer el orden de la estacionariedad en diferencia de los precios sudafricanos de manera empírica usando el procedimiento de prueba descendente recomendado por Dickey y Pantula (1991). Es posible incluso que una serie sea $I(\infty)$, que contenga una raíz unitaria sin importar las veces la diferencia. Sin embargo, tales series son raras y de corta existencia. El nivel de precios durante el período de hiperinflación es una posibilidad.

e) *Pregunta*

Pruebe *dsacpi* para averiguar el orden de integración.

f) *Instrucciones*

Escriba “*adf d(d(sacpi))*”. Esto hará que aparezca la prueba Dickey-Fuller. Marque el criterio de selección automático, tanto como las opciones de tendencia y de intercepto en el cuadro “*Include in test equation*”. Si la prueba rechaza esto, haga lo mismo para *d(sacpi)* y *sacpi* hasta que ya no le sea posible rechazar la hipótesis nula.

¹⁴ Mahadeva y Sterne (2002) sugieren que durante los periodos de desinflación, las series de inflación y la serie sobre la senda de la meta de inflación anunciada exhiben un comportamiento estacionario en diferencia antes que de tendencia determinística, porque los bancos centrales no pueden comprometerse con una senda para la meta predeterminada, o bien defenderla.

g) Respuesta

En esta prueba *EViews* sugiere que el IPC sudafricano es $I(1)$ en torno a una tendencia.

h) Análisis

Comenzamos por comprobar un orden de integración más alto e insistir hasta que sea posible rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria. *EViews* sólo prueba una serie en busca de una raíz unitaria, ya sea en niveles o en diferencias, pero si creamos la diferencia de una serie (o la diferencia de la diferencia) y luego se observa si tiene raíz unitaria en su nivel estamos probando para órdenes de integración más elevados. De modo que al comprobar si $d(d(sacpi))$ tiene raíz unitaria estamos comprobando si *sacpi* es $I(3)$.

Se debe comprobar en sentido descendente antes que ascendente (es decir, comenzar con un orden de integración muy alto en lugar de uno muy bajo), porque la prueba ADF se basa en un máximo de raíz unitaria en el proceso que se está siguiendo. De modo que si la serie fuera de hecho $I(2)$ y estuviéramos haciendo la prueba entre ésta siendo $I(1)$ y $I(0)$, la prueba sería inválida. Por fortuna, dicho problema no se plantea cuando se prueba en sentido descendente.

Puede ser difícil establecer el grado de estacionariedad de una serie, y no está fuera de lo común tropezar con debates apasionados entre los economistas de banca central en cuando a si la tasa de inflación de su país es $I(0)$ más tendencia o $I(1)$.

El primer problema consiste en saber identificar de dónde debe partir la prueba. El procedimiento empleado antes sigue una estrategia de lo “general a lo específico”, al comenzar con un gran número de rezagos y pruebas descendentes.

Otro problema es que la prueba para el orden de estacionariedad tiene que combinarse con la prueba para una constante, una tendencia de tiempo, quiebres estructurales, el grado de autorregresión y la presencia de errores seriales correlacionados en cada etapa. El ejercicio siguiente nos muestra como probar estos elementos, separada o secuencialmente, aunque, como ya lo explicamos en la discusión a

esa pregunta, un procedimiento conjunto es lo que en realidad se necesita.

Un problema final es que si bien en cada etapa estamos probando la hipótesis nula de orden k -ésimo contra el orden $(k-1)$ -ésimo estacionaria en diferencia, las series pueden exhibir un orden de integración intermedio no entero. Debemos ser cuidadosos que la prueba para $I(k)$ versus $I(k-1)$, no resulte distorsionada por la presencia de un orden intermedio en las series verdaderas (Maddala y Kim, 1998, p. 346).¹⁵

7. Admisión de procesos de series de tiempo más generales con el uso de la prueba ADF

Los procesos de series de tiempo que estamos comprobando para raíces unitarias, pueden resultar afectados por los componentes estacionarios autorregresivos; pueden contener errores ARMA; y pueden también ser afectados por procesos dependientes del tiempo, tales como tendencias o quiebres. Típicamente, no sabemos si esos u otros factores desempeñan un papel o no, antes de que comencemos a comprobar en busca de raíces unitarias. ¿Cómo podemos hacer pruebas en busca de raíces unitarias en estos casos?

¹⁵ En este manual se trabaja con modelos ARIMA (autorregresivos integrados de promedios móviles), que tienen la forma general $A(L)y_t = \varepsilon_t$, donde $A(L)$ es un polinomio en el operador de rezago (ver el Apéndice A para una explicación del uso del operador de rezago). En este marco existe una clara distinción entre los procesos $I(1)$ e $I(0)$. Sin embargo, muchos procesos parecen tener una autocorrelación que se extingue de manera muy lenta para ser estacionarios, y sin embargo, tomando la primera diferencia, parecerá que los diferencia en exceso. Por esa razón, algunos investigadores han sugerido el modelo ARFIMA, donde FI se coloca por fraccionalmente integrados. En este modelo, una serie tiene la forma general $(A(L)y_t)^d = \varepsilon_t$, donde d no tiene que ser un número entero. Si $0 < |d| < 1$, las autocorrelaciones se desvanecen con más lentitud que en el modelo ARIMA, pero acaba por desvanecerse de todos modos, en contraste con la serie $I(1)$. De hecho, $0.5 > |d| > 1$, la serie es no estacionaria en el (más bien técnico) sentido de que la suma de sus autocorrelaciones no está acotada.

El ejemplo más simple de una serie fraccionalmente integrada es $(I-L)^d y_t = \varepsilon_t$. Si $d = 0$, y_t es simple ruido blanco, si $d = 1$ es la familiar caminata aleatoria. Para mayores detalles sobre los procesos fraccionalmente integrados, ver Baillie (1996).

a) Tendencias en la regresión Dickey-Fuller

Los precios sudafricanos podrían, en general, ser afectados por una tendencia, una constante, y una raíz unitaria. Necesitamos un procedimiento para comprobar con exactitud todas esas posibilidades. Sin embargo, aquí surge el problema de que las pruebas para raíces unitarias son condicionales en la presencia de regresores determinísticos, y las pruebas en tal caso son condicionales en la presencia de raíces unitarias.

Esta circularidad significa que un procedimiento de prueba secuencial podría ser apropiado, por lo que mostramos tal procedimiento de Dolado *et al.* (1990) (tomado de Enders, 1995, p. 127) que puede ser llevado a cabo.

b) Ejercicio

Necesitamos usar más que el estadístico t de la regresión de Dickey-Fuller en nuestra prueba. También tenemos que implementar pruebas F conjuntas de las variables del lado derecho. De ahí que tengamos que instrumentar la regresión Dickey-Fuller en forma directa. Suponemos que la correlación serial es de la forma de una autorregresión solo de tercer orden y comenzamos por comprobar la forma más general, que contiene una constante y una tendencia en el tiempo.

c) Instrucciones

En la ventana del *workfile*, teclee:

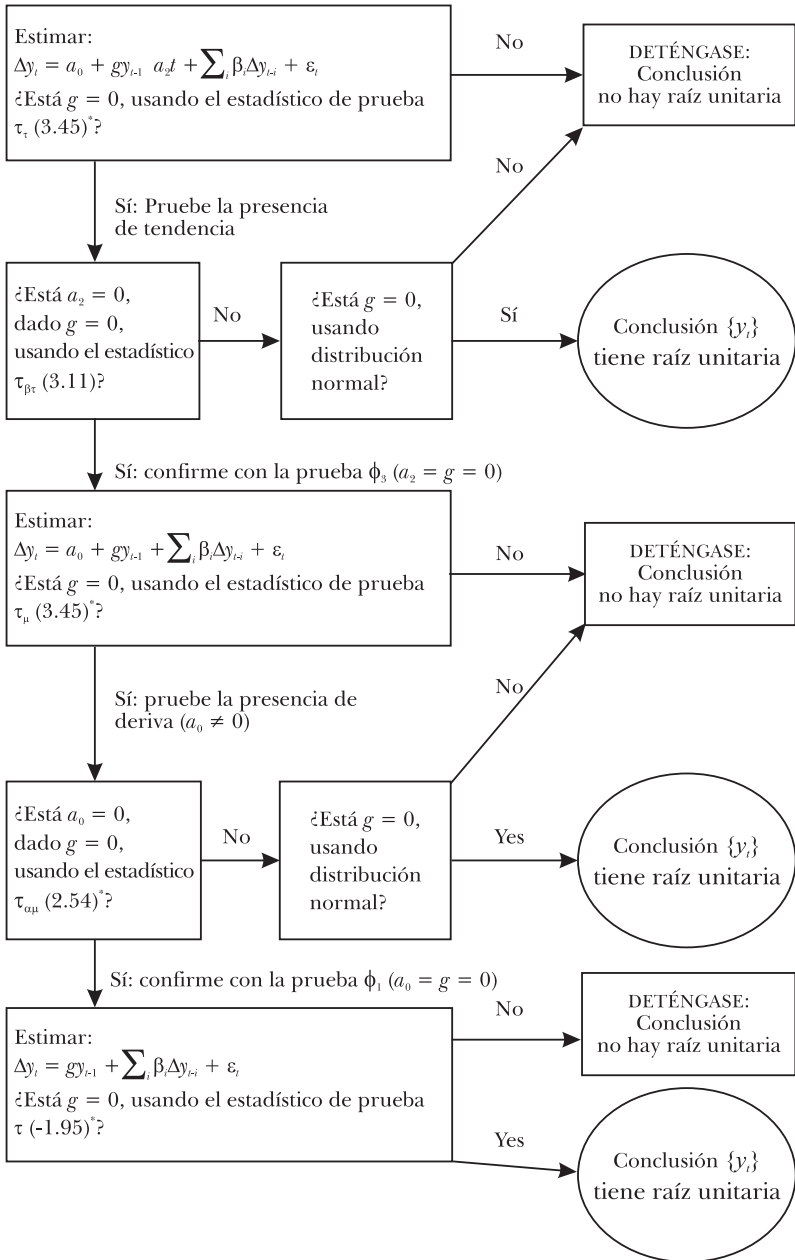
```
"ls d(dsacpi) c dsacpi(-1) @trend (90:1) dsacpi (-1) dsacpi (-2)"
```

Trabajando con esta ecuación, use el diagrama 1 y el cuadro 6 de valores críticos para dirigir la prueba en sentido descendente hacia una forma restringida (Enders, 1995).

d) Respuesta

El procedimiento anterior indica que la inflación sudafricana no tiene constante ni tendencia en el tiempo, pero sí raíz unitaria. El diagrama 2 nos muestra los pasos que dimos.

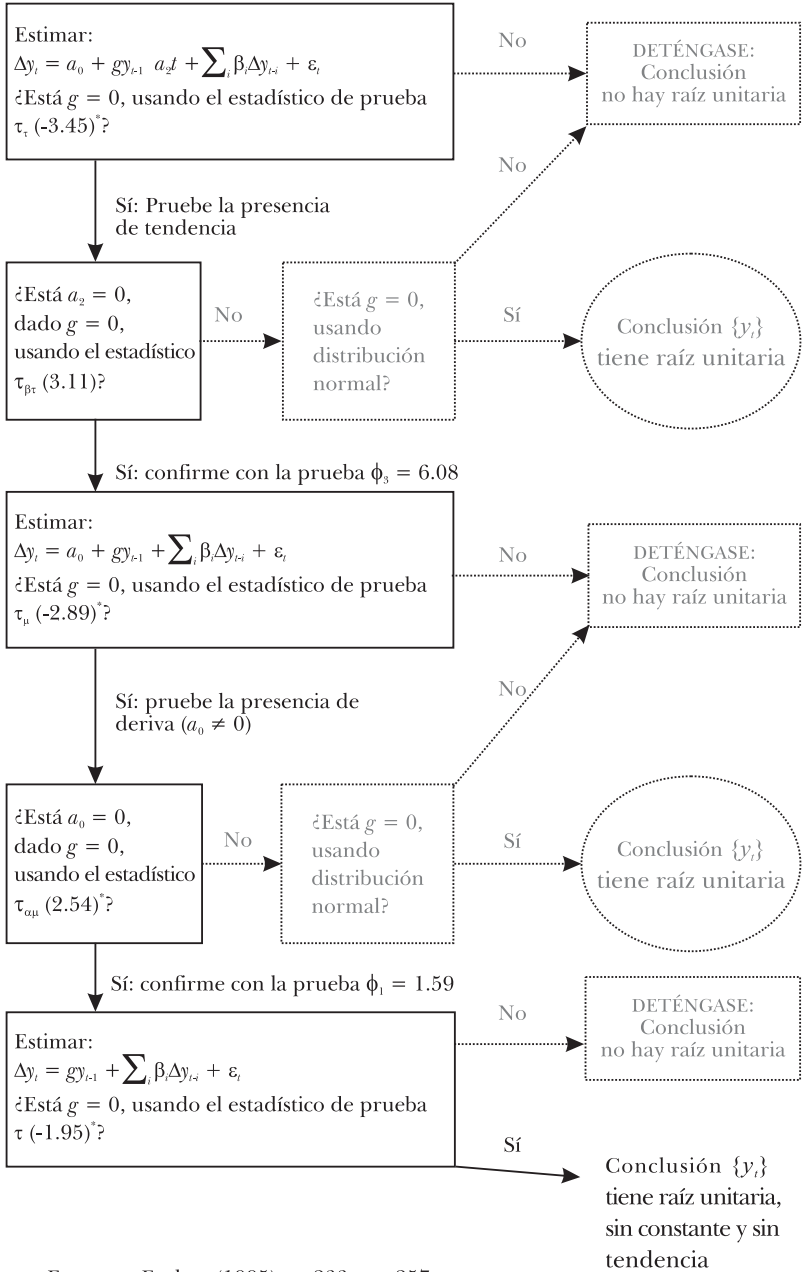
DIAGRAMA 1. UN PROCEDIMIENTO SECUENCIAL PARA PROBAR RAÍCES UNITARIAS



FUENTE: Enders (1995), p. 233 y p. 257.

NOTA: * Estadístico para nivel de confianza de 95%, para la muestra de 100 observaciones.

DIAGRAMA 2. PROCEDIMIENTO PARA PROBAR LA ESTACIONARIEDAD DE $dsacpi$



FUENTE: Enders (1995), p. 233 y p. 257.

NOTA: * Estadístico para nivel de confianza de 95%, para la muestra de 100 observaciones.

CUADRO 6. RESUMEN DE LAS PRUEBAS DICKEY-FULLER

<i>Hipótesis</i>	<i>Pruebas estadísticas</i>	<i>Valores críticos para intervalos de confianza de 95% y 99%</i>
$\gamma = 0$	τ	-3.45 y -4.04
$a_0 = 0$ dado $\gamma = 0$	$\tau_{a\tau}$	3.11 y 3.78
$a_2 = 0$ dado $\gamma = 0$	$\tau_{\beta\tau}$	2.79 y 3.53
$\gamma = a_2 = 0$	ϕ_3	6.49 y 8.73
$a_0 = \gamma = a_2 = 0$	ϕ_2	4.88 y 6.50
$\gamma = 0$	τ_μ	-2.89 y -3.51
$a_0 = 0$ dado $\gamma = 0$	$\tau_{a\mu}$	2.54 y 3.22
$a_0 = \gamma = 0$	ϕ_1	4.71 y 6.70
$\gamma = 0$	τ	-1.95 y -2.60

e) Análisis

Un problema con cualquier procedimiento secuencial es que si bien nos provee una respuesta clara, no nos proporciona valores críticos globales para el resultado final. Nuestra prueba final era condicional en las diversas otras fases de prueba y toma de decisiones (incluidas nuestras decisiones acerca de la correlación serial de los errores). Los procedimientos bayesianos para comprobar la raíz unitaria, descritos en Sims (1988), Maddala y Kim (1998), capítulo 8, y Hamilton (1994, p. 532) ofrecen una posible solución a este problema.¹⁶

¹⁶ La inferencia estadística bayesiana propone usar información que el investigador puede tener acerca del estadístico de interés diferente de los datos mismos en forma consistente. Para decirlo claro, el investigador comienza por suponer una distribución *previa* (que puede ser muy simple, tal como una distribución uniforme) para el estadístico. Luego lo combina con los datos observados para producir una distribución *posterior*, que incluye información tanto de los datos como de la distribución previa. El procedimiento puede ser usado en forma secuencial: la distribución posterior puede convertirse en la nueva distribución previa cuando se disponga de más datos. Una distribución *previa difusa* significa que la distribución previa se considera uniforme. Esto corresponde con el investigador que no posee una fuerte opinión *ex ante* acerca de las propiedades de la distribución.

Esto puede parecer un engaño, ya que usted impone su opinión sobre el problema. Pero siempre imponemos algún supuesto *a priori* en la econometría. Por ejemplo, damos por supuesto que las variables que no incluimos en una regresión han sido excluidas de manera justificada. Nuestros resultados siempre están condicionados por los supuestos (posiblemente inconscientes) que hacemos.

Otra solución potencial es trabajar con niveles más bajos de significancia que los usuales niveles de 95% o 99%. Esto puede parecer cuestionable, pero existen justificaciones para trabajar con niveles de significancia más bajos en la literatura estadística.

Una opción final es el procedimiento de prueba Bhargava, delineada en el apartado 9. Se intenta hacer que las distribuciones de la constante y el coeficiente de la tendencia en el tiempo resulten invariantes a los cambios entre la hipótesis nula de raíz unitaria y la hipótesis alternativa de proceso estacionario.

De manera más general, necesitamos reconocer que la prueba de raíz unitaria es solo una parte de la búsqueda común de la forma verdadera del proceso generador de datos que dirige el modelo estructural. Determinar el papel de una constante y una tendencia, no es más que un aspecto de la búsqueda del modelo que produce los mejores pronósticos de política (Hamilton, 1994, p. 501), y necesitamos referirnos a este objetivo al evaluar el intervalo de confianza de nuestras pruebas.

También necesitamos determinar la forma del proceso dependiente del tiempo: no hay razón para que sea siempre una tendencia lineal; otros procesos de tendencia con frecuencia son más atendibles. Pero las distribuciones asintóticas para las estimaciones de series de tiempo no estacionarias con procesos de tendencia determinística más complicados no han sido derivadas todavía, si bien parece haber consenso en que la distribución de los estadísticos de prueba sería altamente sensible a las diferencias en estos procesos (Cochrane,

Otra forma en que se han usado los métodos bayesianos consiste en evaluar cuánta información contienen los datos. Supongamos que usted tiene razones teóricas para suponer que el valor de un parámetro reside en cierto intervalo, digamos (0,1). Luego se realizan 11 diferentes pruebas con sus distribuciones previa centradas en 0, 0.1, 0.2,... Si su distribución posterior está cercana a la previa en cada ocasión (es decir, cuando su previa se centraba en 0, la posterior debe estar también centrada cerca de 0 y lo mismo debe ocurrir con las demás previas) entonces se puede llegar a la conclusión que es muy escasa la información que puede contribuir a encontrar el valor del parámetro. Sin embargo, si las demás distribuciones posteriores están cerca unas de otras, se puede llegar razonablemente a la conclusión de que los datos le están dando una vigorosa orientación acerca del valor verdadero del parámetro.

1991b). El ejercicio 10 nos proporciona un ejemplo de cómo llevar a cabo el “enfoque de series de tiempo estructurales”, para modelar una variedad más amplia de efectos dependientes del tiempo (Harvey, 1989).

8. *Algunas otras pruebas de raíz unitaria automáticas en EViews*

EViews 4 ofrece como norma seis pruebas diferentes de raíz unitaria. Una es la prueba Dickey-Fuller aumentada, ADF, (y, en consecuencia, también la prueba Dickey-Fuller, DF, si se usan cero rezagos), que ya han sido examinadas. Esta sección resume en forma breve tres de las otras pruebas que comúnmente se usan.

a) Dickey-Fuller MCG

Esta es una adaptación de la prueba ADF, propuesta por Elliot *et al.* (1996). Usa mínimos cuadrados generalizados (MCG),¹⁷ para remover la tendencia de los datos, antes de comprobar si las series tienen raíz unitaria. Afirman que el poder de su prueba es muy similar al de la prueba estándar Dickey-Fuller, en ausencia de tendencia determinística, y considerablemente mejorado cuando existe una tendencia determinística desconocida. (Si la forma de la tendencia fuera conocida, sería trivial remover la tendencia y después usar la prueba Dickey-Fuller.)

b) Phillips-Perron

Phillips y Perron (1988) es tal vez la alternativa a la ADF usada con más frecuencia. Modifica el estadístico de prueba, de modo que no se necesitan rezagos adicionales de la variable dependiente en presencia de errores correlacionados serialmente. Una ventaja de la prueba es que asume formas no funcionales para el proceso de errores de la variable (es decir, es una prueba *no paramétrica*), lo que quiere decir que es aplicable a una serie amplia de problemas. Una desventaja

¹⁷ Mínimos cuadrados generalizados es un método para abordar los residuos que no tienen varianza constante o están correlacionados serialmente.

para nuestro propósito es que se basa en la teoría asintótica. Ello significa que en muestras grandes la prueba ha mostrado un buen desempeño. Desafortunadamente, muestras grandes resultan un lujo poco común para los formuladores de la política monetaria en cualquier país, y en particular en las economías en desarrollo o en transición. Por esta razón, tal vez no sea la prueba más apropiada para usarla. Sin embargo, una estrategia frecuente consiste en probar las series en busca de raíz unitaria, con el uso de diferentes pruebas y observar si respuesta es la misma.

c) Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)

En la prueba de Kwiatkowski *et al.* (KPSS) la hipótesis nula es a la inversa: la prueba es para observar si una serie puede rechazar estacionariedad. Da por supuesto que el proceso para y puede ser escrito así:

$$y_t = \delta t + \zeta_t + \varepsilon_t,$$

con una ecuación auxiliar para ζ_t :

$$\zeta_t = \zeta_{t-1} + u_t, \text{ con } u_t \sim iid(0, \sigma_u^2),$$

la cual sigue un caminata aleatoria. La prueba $\sigma_u^2 = 0$ es para estacionariedad. Ver Maddala y Kim (1998, pp. 120-2) para mayores detalles y comentarios.

En general, quedan todavía problemas de tamaño y poder con esta prueba en común con la prueba Phillips-Perron. Sin embargo, representa una hipótesis alternativa útil y puede entrar en conflicto con otras pruebas que asumen la no estacionariedad como hipótesis nula, lo que indica que tal vez haya dudas en cuanto a las propiedades de los datos.

9. Una prueba de variable instrumental basada en la formulación de Bhargava

El recuadro C muestra que en el marco de la prueba Dickey-Fuller, están implicados dos conjuntos diferentes de interpretaciones de la constante y los coeficientes determinísticos dependiendo de si la serie tiene raíz unitaria o no. La formulación de Bhargava implica que no hay tales cambios

en la interpretación, y de este modo mostramos como implementar una prueba basada en esta formulación.

RECUADRO C. LA FORMULACIÓN DE BHARGAVA

Bhargava (1986) esbozó el siguiente modelo general de un proceso de series de tiempo:

$$(4) \quad y_t = \gamma_0 + \gamma_1 t + u_t,$$

donde:

$$(5) \quad u_t = \alpha_0 + \rho u_{t-1} + \varepsilon_t,$$

donde ε_t es un proceso ARMA estacionario. Si sustituimos (5) por (4) y tomamos la primera diferencia, obtenemos:

$$(6) \quad \Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 t + (\rho - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

donde:

$$\beta_0 = \gamma_0(1 - \rho) + \rho\gamma_1,$$

y:

$$\beta_1 = \gamma_1(1 - \rho).$$

La ecuación (6) es la prueba Dickey-Fuller con tendencia. Nótese que si la hipótesis nula es verdadera, es decir, la variable tiene tendencia ($\gamma_1 \neq 0$) y tiene raíz unitaria ($\rho = 1$), entonces $\beta_1 = 0$, pero $\beta_0 \neq 0$. En cambio, si la alternativa es verdadera, es decir ($\gamma_1 \neq 0$) y ($\rho < 1$), $\beta_1 \neq 0$. De modo que los coeficientes β_1 y β_0 tienen diferentes interpretaciones según las hipótesis nula y alternativa: la presencia de la tendencia proviene a través de β_0 según la hipótesis nula, y β_1 según la alternativa. Esto complica la selección de modelo y la interpretación.

Maddala y Kim (1998, p. 105), muestran que para instrumentar la versión Lee y Schmidt (1994) de esta prueba, requerimos el valor inicial (y_1), el valor final (y_T), y el tamaño de la muestra (T).

A continuación se generan las series:

$$u_t = y_t - y_1 - (t - 1) \times \frac{(y_T - y_1)}{T - 1},$$

las cuales eliminan la tendencia lineal de las series originales. Un estadístico modificado dado por:

$$z(k) = T \frac{\sum_{t=k}^T u_{t-k} D(u_t)}{\sum_{t=k}^T u_{t-1}^2},$$

se usa entonces para probar la raíz unitaria. Los valores críticos de $z(k)$ por $k = 2$ figuran en el cuadro 6.

La intuición detrás de esta prueba es que, $z(k)$ es en esencia el estadístico t del coeficiente sobre el valor rezagado de una regresión de las series sin tendencia, u_t , en su primera diferencia, al igual que en la prueba Dickey-Fuller.¹⁸ Sin embargo, aquí la regresión se realiza con el uso del k -ésimo rezago de u_t como instrumento debido a la correlación serial.

k debe ser al menos tan grande como el grado del promedio móvil de los errores. La sugerencia de Maddala y Kim es calcular k con el supuesto de que la extensión probable del promedio móvil de los errores posible en el término de error es $k - 1$.

a) Ejercicio

Realice la prueba para nuestras series de inflación sudafricana, suponiendo que $k = 2$.

b) Instrucciones

En el caso de la inflación sudafricana, $y_1 = 0.020508$, $y_T = 0.011756$ y $T = 88$. Escogemos que k sea 2. En la ventana del *workfile*, fije la muestra y genere la serie escribiendo:

`"smpl 1980:1 2001:4"`

`"genr u=dsacpi-0.020508 -(@trend(80:1)-1)* (0.011756-
-0.020508)/87"`.

Para crear el estadístico, escriba:

`"genr z3n=u(-2)*d(u)"`

`"genr z3d=u(-1)^2"`,

después reajuste la muestra escribiendo:

`"smpl 1980:1+2 2001:4"`,

y cree el estadístico de prueba escribiendo:

¹⁸ El estadístico t de una variable s_1 en una regresión sobre s_2 sería
$$T \frac{\sum_{t=1}^T s_{1t} s_{2t}}{\sum_{t=1}^T s_{2t}^2}.$$

“ $scalar\ z3 = 87 * @sum(z3n) / @sum(z3d)$ ”.

c) Respuesta

El valor de $z3$ es -4.8. Si la hipótesis nula de estacionariedad en diferencia no se rechaza, entonces esto debería ser al menos tan positivo como el valor crítico. A partir del cuadro 7, reproducido de Lee y Schmidt (1994, p. 454), el valor es más positivo que los valores críticos dados para muestras ya sea de 50 o 100 observaciones, a un nivel de significancia de 95%, (-12.8) o (-13.2) respectivamente, y de ahí que lleguemos a la conclusión de que la inflación en Sudáfrica es estacionaria en diferencia.

CUADRO 7. VALORES CRÍTICOS PARA LA PRUEBA DE BHARGAVA

<i>T</i>	%	<i>Rho bar</i>
25	1	-16.7
	5	-12
	10	-9.82
50	1	-18.3
	5	-12.8
	10	-10.4
100	1	-19.3
	5	-13.2
	10	-10.6
200	1	-19.5
	5	-13.5
	10	-10.7

FUENTE: Lee y Schmidt (1994).

d) Análisis

Cuando abordamos el tema de la correlación serial en las pruebas de raíz unitaria, la información *a priori* acerca de la naturaleza de los errores parecería ser en especial valiosa. Hay varias razones por las cuales los errores serialmente correlacionados pueden figurar en los datos de política monetaria, por ejemplo si el banco central suaviza sus tasas de interés. Reflexionar acerca de estas razones puede contribuir a identificar el número de rezagos y el tipo de correlación serial.

Hablando en términos más generales, la representación

de una variable por medio de series de tiempo admite muchas posibilidades: elementos autorregresivos estacionarios; diferentes órdenes de estacionariedad en diferencia; diferentes tipos de procesos de efectos dependientes del tiempo y de error, etc. Estas propiedades tienen que ser examinadas en forma simultánea, en parte porque los valores críticos para nuestra prueba de una hipótesis particular a menudo dependen de otras propiedades del proceso. En cualquier caso, nuestro objetivo último en la prueba de raíz unitaria consiste en determinar la naturaleza subyacente de la variable, para extraer información que nos ayude a proporcionar pronósticos de política.

Podríamos seguir la regla de lo general a lo específico para elegir por dónde comenzar. Empezaríamos con el proceso más general admisible por los grados de libertad, es decir, con un elevado orden de integración, una constante, errores correlacionados serialmente, una gran variedad de componentes autorregresivos, y un ámbito amplio de procesos dependientes del tiempo. Por ejemplo, una manera posible de abordar el problema es comenzar con un orden alto de estacionariedad en diferencia y probar primero en busca de quiebres estructurales; en segundo lugar, el grado de autorregresión; luego los errores correlacionados serialmente, y al final, probar la presencia de una constante o una tendencia. La prueba puede entonces iniciarse en busca de un orden de estacionariedad más bajo.

Si conocemos la distribución asintótica de esta secuencia de formas anidadas esto constituiría una estrategia óptima. Desafortunadamente, no parece que los valores críticos de muchas de las formas anidadas estén disponibles: no existe una base clara en la teoría econométrica en cuanto al orden apropiado de la prueba descendente. Hay que tomar muchas decisiones condicionales para completar esta estrategia, y el resultado final no tiene un nivel de significancia claro asociado con éste; de ahí que el resultado pueda ser hasta cierto punto arbitrario.

Una forma práctica de proceder consiste en usar diferentes estrategias de prueba y esperar que los resultados sean similares, o al menos que la diferencia en los resultados sea comprensible. Es también importante comprender el contenido

económico de los hallazgos: las explicaciones de las propiedades de las series de tiempo pueden darnos información útil para estimar los modelos estructurales. En la siguiente sección también se comenta el uso de métodos robustos para estimar ecuaciones estructurales: métodos que no son demasiado sensibles a una amplia gama de propiedades de series de tiempo.

10. El método estructural para las series de tiempo

El enfoque de *series de tiempo estructurales* para modelar una serie de tiempo univariada empieza por estimar una forma general que abarca las alternativas de un proceso estacionario: un proceso estacionario en diferencia; un proceso lineal estacionario de tendencia, así como un continuo de series con tendencia determinística menos suaves.¹⁹

El recuadro D explica la forma general del enfoque de las series de tiempo estructurales y de qué forma pueden derivarse otros procesos como versiones restringidas de este modelo general.

El procedimiento para construir una serie de tiempo estructural requiere que estimemos componentes no observados variantes en el tiempo. En consecuencia, los modelos de series de tiempo estructurales se estiman en forma de espacio de estado. En este ejercicio mostraremos cómo estimar tal modelo para la inflación sudafricana, y cómo este modelo puede usarse para discriminar entre diferentes formas de no estacionariedad.

RECUADRO D. EL MODELO UNIVARIADO ESTRUCTURAL DE SERIES DE TIEMPO

McCallum (1993), Proietti (2002) y Harvey (1997) explican el enfoque estructural de series de tiempo y comentan su aplicabilidad para la prueba de raíz unitaria.

La esencia de la forma general que se usa en el enfoque estructural de las series de tiempo puede entenderse si se consideran las series de tendencia potenciales, μ_t , descritas por:

¹⁹ Los métodos de series de tiempo estructurales multivariadas se hallan también disponibles, como lo demostraron Harvey y Koopman (1997) y Harvey (2002).

$$(7) \quad \mu_t = \beta\mu_{t-1} + \gamma_0 + \eta_t,$$

donde η_t es un proceso de distribución normal con promedio cero y varianza σ_η^2 . Este modelo generaliza los tres procesos de serie de tiempo para los cuales a las pruebas estándares de raíz unitaria les resulta difícil discriminar unos de otros. Si $0 < \beta < 1$, pero es cercano a 1, entonces μ_t será un proceso estacionario cuasi-raíz unitaria; si $\beta = 1$, $\gamma_0 \neq 0$ entonces μ_t será una tendencia lineal y si $\beta = 1$ y $\sigma_\eta^2 \neq 0$, entonces μ_t será un proceso de raíz unitaria.

Modelo 0

La forma general de un modelo de series de tiempo estructurales puede entonces describirse por las tres ecuaciones siguientes:

$$(8) \quad y_t = \mu_t + u_t$$

$$(9) \quad \mu_t = \beta\mu_{t-1} + \gamma_{t-1} + \eta_t$$

y:

$$(10) \quad \gamma_t = \beta\gamma_{t-1} + \zeta_t,$$

donde ζ_t , η_t y u_t son procesos ruido blanco con distribución normal, promedio cero y varianzas de σ_ζ^2 , σ_η^2 y σ_u^2 , respectivamente.

Usando (8), (9) y (10), el proceso que determina μ_t , la posible fuente de no estacionariedad en y_t puede escribirse así:

$$(11) \quad \mu_t = \beta\mu_{t-1} + \sum_{k=1}^{t-1} \beta^{t-1-k} \zeta_k + \eta_t$$

Esta puede ser diferenciada para obtener:

$$(12) \quad \mu_t - \beta\mu_{t-1} = \mu_{t-1} - \beta\mu_{t-2} + \zeta_{t-1} + \eta_t - \eta_{t-1}.$$

Usando (11) y (12) podemos mostrar cómo el modelo general 0 admite las diferentes posibilidades.

Modelo I

Si $\gamma_0 = \sigma_\eta^2 = \sigma_\zeta^2 = 0$ y $\beta < 1$, entonces podemos escribir el modelo para μ_t como un proceso estacionario autorregresivo.

$$(13) \quad y_t = \mu_0 + u_t.$$

Modelo II

Si $\gamma_0 \neq 0$, $\sigma_\eta^2 = \sigma_\mu^2 = 0$ y $\beta = 1$, entonces podemos escribir el modelo para μ_t , como un proceso estacionario en tendencia.

$$(14) \quad y_t = \mu_0 + \gamma_0 t + u_t.$$

Modelo III

Si $\sigma_\eta^2 \neq 0$, $\sigma_\zeta^2 = 0$ y $0 < \beta < 1$, entonces se puede escribir el

proceso de tendencia como autorregresivo, pero estacionario.

$$(15) \quad \mu_t = \beta\mu_{t-1} + \gamma_0 + \eta_t.$$

Modelo IV

Si $\sigma_\eta^2 \neq 0$, $\sigma_\zeta^2 = 0$ y $\beta = 1$, entonces podemos escribir el proceso de tendencia como estacionario en diferencia de primer orden.

$$(16) \quad \mu_t = \mu_{t-1} + \gamma_0 + \eta_t.$$

Modelo V

Si $\sigma_\eta^2 = 0$, $\sigma_\zeta^2 \neq 0$ y $0 < \beta < 1$, entonces podemos escribir la diferencia en el proceso de tendencia como estacionaria autorregresiva.

$$(17) \quad \mu_t - \mu_{t-1} = \beta(\mu_{t-1} - \mu_{t-2}) + \zeta_{t-1}.$$

Modelo VI

Si $\sigma_\eta^2 = 0$, $\sigma_\zeta^2 \neq 0$ y $\beta = 1$, entonces podemos escribir el proceso de tendencia como estacionario en diferencia de segundo orden, también llamado caminata aleatoria integrada.

$$(18) \quad \mu_t - \mu_{t-1} = \mu_{t-1} - \mu_{t-2} + \zeta_{t-1}.$$

Nótese que este último modelo de caminata aleatoria integrada es equivalente al filtro de Hodrick-Prescott, con el parámetro suavizador lambda dado por:

$$\lambda = \frac{\sigma_\zeta^2}{\sigma_\eta^2}.$$

a) Estimación del modelo de series de tiempo estructurales

Ejercicio

Trate de estimar un modelo de series de tiempo estructurales como el descrito en el recuadro D, para nuestras series inflacionarias sudafricanas y pruebe en sentido descendente una de las formas anidadas.

Instrucciones

En primer lugar, se necesita escribir la forma general del modelo de series de tiempo estructurales en forma de espacio de estado. En la ventana del *workfile*, escriba “*sspace ssm1*”. Se abrirá un objeto espacio de estado. En esta ventana, escribamos un modelo de la forma descrita en el recuadro D, ecuaciones (8), (9) y (10), en código de *EViews*:

“@signal dsacpi = sv1 + [var=c(1)^2]”

“@state sv1 = c(4)*sv1(-1)+sv2(-1)+[var=c(2)^2]”

“@state sv2 = c(4)*sv2(-1)+[var=c(3)^2]”

“@param c(1) 0.001 c(2) 0.001 c(3) 0.001 c(4) 1”.

La variable dependiente en la ecuación @signal es algo que podemos observar, como la inflación. Se modela como una función de una o más variables no observadas, tales como la brecha del producto. Estas son las variables de estado y son modeladas como procesos AR(1) en la ecuación o ecuaciones de estado. La variable del interés se ingresa como variable dependiente en la ecuación signal. sv1 y sv2 son las variables de estado no observadas, μ_i y η_i , respectivamente, del recuadro D. Los parámetros, $c(1)^2$, $c(2)^2$ y $c(3)^2$ son las varianzas de los términos de error en el modelo, los parámetros σ_u^2 , σ_η^2 y σ_ϵ^2 del recuadro D. Hemos ingresado algunos valores iniciales para los parámetros, usando el comando @param en la última línea de instrucciones.

1. Estimar el modelo general para 1980:1 a 2001:4.
2. Ir al menú de objeto SSPACE y presionar estimate, verifique que el tamaño de la muestra es apropiado, y luego presione Ok.
3. Podemos examinar que la estimación del coeficiente $c(4)$ es cercano a 1. Esto puede probarse mediante la prueba Wald, presionando: View, Wald coefficient tests, y escribiendo “ $c(4)=1$ ”.
4. Si es así, y la hipótesis nula es aceptada, entonces el valor de $c(4)$ puede fijarse en uno y el modelo ser reestimado. Presione Spec en el menú estado de espacio, y reescriba el modelo con $c(4)$ fijo en uno.

“@signal dsacpi = sv1 + [var=c(1)^2]”

“@state sv1 = sv1(-1)+sv2(-1)[var=c(2)^2]”

“@state sv2 = sv2(-1)+(var=c(3)^2]”

“@param c(1) 0.001 c(2) 0.001 c(3) 0.001 c(4) 1”.

5. El modelo puede entonces reestimarse como en el paso 2.

6. El siguiente paso consiste en probar si las varianzas $c(2)^2$ y $c(3)^2$ son, individual y conjuntamente diferentes de cero. Presione *View*, *Wald coefficient test* y teclee " $c(2)^2=0$ " por ejemplo. Si se acepta una restricción en el sentido de que cualquier varianza es cero, la misma puede ser impuesta reescribiendo el modelo sin dicho término erróneo, y volviendo a efectuar la estimación.
7. Los estadísticos z prueban por separado la hipótesis de que los valores de estado finales son 0. Nuestro interés en este caso consiste en examinar si el vector del estado final de $sv1$ es cero, teniendo en cuenta que los términos de varianza $c(2)^2$ y $c(3)^2$ son cero, ya que esto distinguiría un proceso estacionario de otro proceso estacionario en la tendencia (ver los modelos I y II en el recuadro D).
8. La estimación puede ser repetida con el uso de un algoritmo diferente de máxima verosimilitud, o un conjunto diferente de valores iniciales y parámetros.

Respuesta

Las estimaciones del modelo estado de espacio aparecen en el cuadro 8. Indican que $c(4)$ está muy cercano a uno. Una prueba Wald acepta esa hipótesis nula: el estadístico de prueba es 0.005 y con un grado de libertad, éste solo es significativamente diferente de uno a un nivel de 94%.

De ahí se procede a reestimar con $c(4)$, impuesto como uno, y se comprueba si los términos de la varianza en las ecuaciones de variables estado son diferentes de cero. La prueba Wald de $c(3)^2 = 0$ se acepta a un nivel de 95%, mientras que la de $c(2)^2 = 0$ se acepta solo a un nivel de 31%.²⁰ Si consultamos el recuadro D, llegamos a la conclusión de que la inflación sudafricana es estacionaria en diferencia de primer orden, sin tendencia.

Análisis

Hay muchos tipos diferentes de procesos posibles dependientes del tiempo, muchos de los cuales no están cubiertos

²⁰ Harvey (2001) proporciona un medio formal de probar estas hipótesis.

por el enfoque de series de tiempo estructurales. Si se sospecha la presencia de estos tipos de cambio estructural, entonces tal vez sea necesario recurrir al procedimiento de modelado específico o de estimación robusta. Estas técnicas están disponibles en forma creciente.

CUADRO 8. RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN PARA UN MODELO DE SERIES DE TIEMPO ESTRUCTURALES

<i>Variable</i>	<i>Coficiente</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Estadístico z</i>	<i>Probabilidad</i>
C(1)	0.007	0.007	0.917	0.359
C(2)	0.002	0.002	0.919	0.358
C(3)	0	0.158	0	1
C(4)	1.003	0.038	26.672	0
<i>Raíz del error</i>				
	<i>Estado Final</i>	<i>cuadrático medio</i>	<i>Estadístico z</i>	<i>Probabilidad</i>
SV1	0.014	0.004	3.272	0.001
SV2	0	0	-1.111	0.267
Probabilidad logarítmica	275.48	Criterio de información de Akaike		-6.17
Parámetros	4	Criterio Schwarz		-6.057
Difusa previa	2	Criterio Hannan-Quinn		-6.125
SSpace: SSMF1				
Método: Máxima probabilidad (Marquardt)				
Observaciones incluidas: 88				
Promedio previo del usuario: M				
Convergencia lograda después de 15 iteraciones				

El enfoque de series de tiempo estructurales se estima en forma de espacio de estado, con el uso del procedimiento de máxima verosimilitud. Cuando se estiman modelos de espacio de estado, es importante hacer explícitas las decisiones acerca de la elección de valores iniciales de estado, varianzas y otros valores de parámetros, así como del método numérico usado para maximizar el logaritmo de la verosimilitud. En nuestro ejemplo, aunque los valores de los parámetros finales fueron consistentes a través de diferentes experimentos, el procedimiento en *EViews* solo convergía para algunos valores iniciales. Como mínimo, se deberían llevar a cabo algunas verificaciones simples de robustez.

En este caso se pueden especificar valores iniciales para las variables de estado si se agrega la línea “@mprior M” al final de la especificación del texto del modelo, antes de la

estimación y como preparación anticipada de un vector M en el *workfile* con los valores iniciales de estado incluidos en forma ordenada. Se pueden especificar valores iniciales para los parámetros añadiendo por ejemplo la expresión “@param c(2) 0 c(3) 0” a la especificación del modelo. Estos (valores) previos serían apropiados si se tiene información sobre estos valores iniciales, en contraste con la *difusa previa*²¹ o ninguna información. Si no especificamos valor alguno, *EViews* establecerá los valores iniciales de los estados y parámetros para que sean cero, y para que los valores iniciales de las varianzas de estado sean grandes.

*b) Comparación de modelos no estacionarios
en términos de pronóstico dentro de la muestra*

Se ha mostrado cómo el enfoque de series de tiempo estructurales, al abarcar una gran variedad de formas no estacionarias, puede ayudar a determinar la forma de no estacionariedad.

¿Importan las diferencias entre esas formas no estacionarias? Para comprobarlo, vamos a estimar diversas variantes restringidas de los modelos de series de tiempo estructurales con los mismos datos sudafricanos, y a comparar los pronósticos dentro de la muestra y los residuos de cada una de ellos. Los pronósticos pueden compararse en términos de resultados promedio, así como en los resultados de las distribuciones.

Ejercicio

Empiece con el modelo de espacio de estado del literal a) anterior y estime las seis variantes restringidas, cada una de ellas correspondiente con las opciones 0, I, II, III, IV y V del recuadro D. En cada caso, escriba los valores para los parámetros estimados y estados finales. Luego, compare los pronósticos dentro de la muestra ocho períodos adelante para los modelos de 1995:1 a 2001:4.

²¹ Ver el pie de página sobre los métodos bayesianos y la explicación sobre difusas previas.

Instrucciones

Siga los procedimientos en cuestión ya esbozados para estimar el modelo general.

1. Una vez estimado el modelo de espacio de estado, seleccione *Procs, Forecast*. Seleccione un pronóstico de n períodos adelante, donde n es ocho.
2. Resuelva para la muestra de 1995:1 a 2001:4.
3. Escoja que *EViews* determine los estados iniciales.
4. Deje que el nombre de la solución sea “*_f”.
5. Presione *Ok*.
6. Para comparar los pronósticos ocho períodos adelante con la inflación verdadera en la muestra, teclee “*plot dsacpi dsacpi_f*” para la muestra de 1995:1 a 2001:4.
7. Después use el recuadro D para describir la manera de imponer en cada restricción en la ventana de prueba *sspace*. Estime el modelo restringido y luego repita el ejercicio de pronóstico dentro de la muestra.

Respuesta

El cuadro 9 compara las estimaciones de las diferentes formas anidadas en el modelo espacio de estado. El cuadro confirma que hay muy poca diferencia entre los modelos 0, III y IV, aunque los otros modelos (I, II y VI) serían rechazados frente a la forma III más general.

Las gráficas mostrarán que los pronósticos ocho períodos adelante, producidos por estos modelos, difieren de manera notable. El modelo de tendencia lineal y estacionario no autorregresivo produce pronósticos muy suaves. La caminata aleatoria integrada podría en principio ser suave también, pero no lo es en este conjunto de datos, puesto que la varianza de las series de estado es baja en relación con la de la señal, lo que convierte este pronóstico en algo parecido al filtro de baja suavidad de Hodrick-Prescott.²² El modelo de

²² El filtro Hodrick-Prescott (HP) separa el componente cíclico de la tendencia de una serie al minimizar la combinación ponderada del térmi-

caminata aleatoria y las formas más generales ofrecen, lo que no sorprende, pronósticos muy similares, dado que el modelo de caminata aleatoria es aceptado por los datos como una restricción admisible del modelo general.

CUADRO 9. RESULTADOS DE LOS DIFERENTES MODELOS ANIDADOS EN LA ESTIMACIÓN ESPACIO DE ESTADO

	<i>Estacionario general</i>	<i>No estacionario general</i>	<i>Estacionario en tendencia</i>	<i>Estacionario en diferencia</i>	<i>Estacionario no autorregresivo</i>	<i>Caminata aleatoria integrada</i>
Modelo (recuadro D)	III	0	II	IV	I	VI
C(1)	0.0066	0.0064	0.0084	0.0066	0.0107	0.0069
C(2)	0.0022	-0.0026	*	0.0018	*	*
C(3)	0	0	*	*	*	-0.0005
C(4)	1.0027	*	*	*	*	*
	<i>Estado final</i>	<i>Estado final</i>	<i>Estado final</i>	<i>Estado final</i>	<i>Estado final</i>	<i>Estado final</i>
SV1	0.0139	0.0139	0.0158	0.0144	0.0274	0.138
SV2	-0.0003	-0.0002	-0.0003	-0.0002		-0.0006

* Coeficientes restringidos para que sean $c(4) = 1$, $c(.) = 0$ en otro caso.

Análisis

En este ejercicio comparamos los errores promedio de pronóstico de la muestra, a partir de un conjunto de modelos univariados con un horizonte de dos años. Los pronósticos difieren entre los modelos, pero los pronósticos más diferentes provienen de aquellos que fueron rechazados empíricamente.

Hay muchos aspectos en la comparación del desempeño de los pronósticos, aun si, como en esta sección, solo nos ocupa el mejor modelo univariado con base en los resultados promedio de dos años adelante. En particular debemos evaluar los modelos en términos de la varianza y la asimetría de los errores así como del promedio, los efectos de la estimación

no cíclico cuadrado (que se mueve en torno a cero) y el cambio cuadrado en la pendiente del término de tendencia. La *suavidad* se incrementa con el peso relativo sobre los cambios en la pendiente. Una ventaja de esto es que tienen una tendencia estocástica aunque suave, que parece consistente con la intuición de la mayoría de los economistas. Ver Canova (1998) para comentarios adicionales.

de la incertidumbre, los horizontes apropiados, y la robustez ante posibles quiebres estructurales.

Una práctica común en los pronósticos de política consiste en interpretar los residuos recientes de los modelos, como evidencia de la estructura cambiante de la economía. En general esto parece funcionar bien, en el sentido de que reduce los errores de pronóstico. Sin embargo, se debe ser cuidadoso. El pronóstico sobre los residuos dentro de la muestra de estos modelos muestra que los residuos dependen de estimaciones sesgadas. Por ejemplo, la diferenciación inapropiada de una serie muy estacionaria puede inducir ciclos espurios, como lo mostraron Nelson y Kang (1981, 1984). Se debe entonces ser cuidadoso de que la identificación del choque de nuestros modelos no dependa de un tratamiento inapropiado de no estacionariedades posibles en la estimación.

11. Prueba multivariada de raíces unitarias

Antes de concluir este manual, vale la pena detenernos en un área de las pruebas de raíz unitaria con relativo poco desarrollo pero potencialmente útil: el enfoque multivariado de raíces unitarias, tal como las exploró Hansen (1995). La motivación es que si tenemos datos acerca de una variable exógena débil que afecta nuestra variable de interés, podría ser una tarea eficiente usar estos datos para comprobar las propiedades de las series de tiempo de nuestra variable de interés además de trabajar con constantes y tendencias. En este ejercicio, usamos tasas de interés mundiales, para que nos ayuden a explicar el grado de estacionariedad en la depreciación del tipo de cambio en Sudáfrica.

De acuerdo con Hansen, podemos enmendar la regresión estándar Dickey-Fuller, al permitir una variable fuertemente exógena, x_t , cuya *primera diferencia* afecta a la primera diferencia de nuestra variable de interés (y_t). La prueba disponible hasta ahora sólo resulta aplicable si x_t es débilmente exógena y estacionaria en diferencia de primer orden.

El modelo, en general, puede ser escrito así:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + c_1 + c_2 t + c_3 \Delta x_t + c_4 \Delta y_{t-1} + \dots + e_t$$

y:

$$\Delta x_t + e_t = b_0 + b_1 \Delta x_{t-1} + b_2 \Delta x_{t-2} + v_t .$$

En el caso covariado, más general la distribución del estadístico ADF depende de manera crucial de la relación entre e_t y v_t . La prueba, en consecuencia, empieza con el cálculo de una medida muestral de ρ , la correlación entre las medidas muestrales de los residuos e_t y v_t . Dada esta correlación, el segundo paso consiste en escoger los valores críticos apropiados asintóticos del estadístico Dickey-Fuller covariado.

Sin embargo, antes de calcular el coeficiente de correlación, los residuos necesitan ser filtrados por correlación serial. Podemos utilizar un estimador de la matriz de varianzas y covarianzas, que intenta corregir la correlación serial de una forma desconocida, mediante la creación de una suma ponderada de covarianzas pasadas y presentes de los residuos. Para implementar esta operación necesitamos escoger la distribución de las ponderaciones sobre las covarianzas rezagadas, y el rezago de truncamiento más allá del cual las ponderaciones son cero. Newey y West (1987) sugieren que se escoja el rezago de truncamiento sobre la base de la fórmula (fija) como mínimo entero²³ de $(4(T/100)^{2/9})$, donde T es el tamaño de la muestra. Una posible elección de ponderaciones es el núcleo de Bartlett la cual pondera la estimación desde el j -ésimo rezago previo por $1 - j/q$, siendo q el rezago de truncamiento.²⁴

a) Ejercicio

Lleve a cabo la prueba multivariada sobre la tasa de depreciación del rand contra el dólar (*dexdolld*) desde 1990. Use el diferencial de tasa de interés rezagado de los bonos sudafricanos con vencimiento de tres meses, con respecto a

²³ El mínimo entero de un número es el entero más grande que no es mayor que él. Por ejemplo, el mínimo entero tanto de 4.1 como de 4 es 4. El mínimo entero de -3.2 es -4.

²⁴ Aunque estas fórmulas parecen complicadas, los números que implican son directos. La fórmula de rezago de truncamiento fija da un truncamiento igual a tres para muestras de 28 a 54 observaciones, y de cuatro para muestras de 55 a 170 observaciones. Para las muestras de 55 a 170 observaciones, las ponderaciones de Bartlett son entonces 1, 0.75, 0.5, 0.25 y 0 para rezagos de 0 en sentido descendente a 4.

los bonos estadounidenses de igual vencimiento (*usprmi* (-1)-*escomi* (-1)) como variable exógena explicativa.

b) Instrucciones

1. Fije la muestra como 1990:1 2001:4, escribiendo “*Smpl 1990:1 2001:4*” en la ventana del *workfile*.
2. Efectúe la regresión de *dexdolld* sobre $\log(\text{exdolld})$, una constante, una tendencia y el diferencial de tasa de interés (*usprmi* (-1)-*escomi* (-1)) para la muestra, escribiendo como la siguiente línea:
$$ls \text{ dexdolld } \log(\text{exdolld})(-1) \text{ c } @trend(90:1) (\text{usprmi}(-1)\text{-escomi}(-1))$$
3. Genere el residuo y llámelo *e* con la instrucción “*genr e=resid*”.
4. El segundo paso consiste en tomar el residuo y usarlo en una regresión del diferencial de tasa de interés sobre una constante y sus valores rezagados.
5. Escriba “*ls (e+usprmi(-1)-escomi(-1)) c (usprmi(-2)-escomi(-2))*”.
6. Genere el residuo y llámelo *v* con la instrucción “*genr v=resid*”.
7. Después abra y corra el programa *cadftest.prg*, que aplica el filtro a las dos series de los residuos y calcula el coeficiente de correlación como *rhosqrd*.
8. Luego de anotar el valor de *rhosqrd*, corra la regresión Dickey-Fuller aumentada covariada, escribiendo “*ls dlog(exdolld) c (usprmi(-1)-escomi(-1)) log(exdolld(-1)) @trend(90:1)*”.
9. El estadístico *t* Dickey-Fuller, el estadístico *t* en $\log(\text{exdolld}(-1))$, puede ser comparado con el valor crítico apropiado del cuadro 10.

c) Respuesta

El valor calculado de *rhosqrd* es 0.105. Si observamos el cuadro 10, el valor crítico apropiado para una regresión Dickey-Fuller aumentada sin tendencia, es de -2.31 al nivel

CUADRO 10. VALORES CRÍTICOS PARA LAS PRUEBAS DICKEY-FULLER

<i>rhosqrd</i>	<i>Sin constante y sin tendencia</i>			<i>Solo con constante</i>			<i>Con constante y con tendencia</i>		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%
1	-2.57	-1.94	-1.62	-3.43	-2.86	-2.57	-3.96	-3.41	-3.13
0.9	-2.57	-1.94	-1.61	-3.39	-2.81	-2.5	-3.88	-3.33	-3.04
0.8	-2.57	-1.94	-1.6	-3.36	-2.75	-2.46	-3.83	-3.27	-2.97
0.7	-2.55	-1.93	-1.59	-3.3	-2.72	-2.41	-3.76	-3.18	-2.87
0.6	-2.55	-1.9	-1.56	-3.24	-2.64	-2.32	-3.68	-3.1	-2.78
0.5	-2.55	-1.89	-1.54	-3.19	-2.58	-2.25	-3.6	-2.99	-2.67
0.4	-2.55	-1.89	-1.53	-3.14	-2.51	-2.17	-3.49	-2.87	-2.53
0.3	-2.52	-1.85	-1.51	-3.06	-2.4	-2.06	-3.37	-2.73	-2.38
0.2	-2.49	-1.82	-1.46	-2.91	-2.28	-1.92	-3.19	-2.55	-2.2
0.1	-2.46	-1.78	-1.42	-2.78	-2.12	-1.75	-2.97	-2.31	-1.95

FUENTE: Hansen (1995, p. 1155).

de significancia de 5%. El estadístico t de la muestra -2.25, lo cual indica que aceptaríamos con poco margen la hipótesis nula de raíz unitaria en la tasa de depreciación del tipo de cambio sudafricano con base en esta prueba.

d) Análisis

Los resultados indican que la depreciación del rand sudafricano es estacionaria en diferencia de primer orden, aun en el caso de que admitamos una tendencia. La información acerca de las tasas de interés del trimestre anterior fue usada para hacer más eficiente esta prueba, y para hacer los valores críticos más apropiados asumimos que el diferencial de tasa de interés era estacionario y débilmente exógeno ante la depreciación corriente.

Es posible que x_t esté relacionada con y_t en niveles; en nuestro ejemplo, el diferencial de tasa de interés es estacionario en diferencia de primer orden, aunque relacionado con la depreciación del tipo de cambio. En este caso, la prueba puede ser reescrita para relacionarla con la cointegración entre las dos series.

Podemos escribir la regresión Dickey-Fuller aumentada covariada con la nueva variable dependiente $z_t \equiv y_t - \bar{\beta}x_t$, y la nueva interpretación del coeficiente sobre Δx_t como $\hat{b} = (b - \bar{\beta})$;

$$\Delta z_t = \delta z_{t-1} + \hat{b} \Delta x_t + e_t .$$

La prueba de raíz unitaria multivariada puede aplicarse aquí, siempre que x_t esté cointegrada con y_t , así como con el coeficiente $\bar{\beta}$, y en tanto x_t permanezca débilmente exógena con respecto a los parámetros de largo plazo en la ecuación del interés. En este caso, la interpretación es más complicada, por el hecho que estamos probando la hipótesis nula de que la relación entre x_t y y_t , con un coeficiente dado, es $I(1)$ en lugar de $I(0)$. La aceptación de la hipótesis nula solo indicaría que y_t no está cointegrada con x_t para ese coeficiente.

RECUADRO E. PRUEBA NO LINEAL DE RAÍZ UNITARIA

Un posible problema para la prueba de raíz unitaria es la no linealidad. Esto puede manifestarse por sí mismo de muchas formas, pero las más obvias son los procesos de series de tiempo, que están sujetos a cierta clase de efecto de umbral. Es posible que las autoridades monetarias permitan que el tipo de cambio varíe sin intervención, hasta que llegue a cierto nivel, al llegar al cual se sienten incómodas y, por consiguiente, actúan. Esto podría significar que el tipo de cambio tal vez exhiba de manera local un comportamiento de raíz unitaria, aunque dentro de límites (o al menos con un comportamiento diferente), por encima o por debajo de un nivel dado. Es claro que no hay raíz unitaria para una serie de tiempo cuando ocurren tales intervenciones. A medida que el período de la muestra se incrementa, la probabilidad de que se lleguen a alcanzar los límites pasa a ser 1. Sin embargo, en muestras finitas puede ser que el límite no se alcance o lo haga en pocas ocasiones, en cuyo caso la prueba de raíz unitaria puede ser dominada por trechos de datos observados al parecer consistentes con la hipótesis nula.

En consecuencia, resulta natural generalizar el marco de prueba, para incluir posibles efectos no lineales. Un estadístico DF modificado es:

$$(19) \quad \Delta y_t = -\alpha f(y_{t-1}),$$

donde $f(\cdot)$ es una función no lineal apropiada. Un valor significativo de α rechazaría la hipótesis nula de no raíz unitaria. Se presentan dos dificultades inmediatas.

La primera tiene que ver con la pregunta, ¿qué es una función no lineal apropiada? Blake y Kapetanios (2003) apelan a literatura muy diferente, a la literatura de redes neurales, para mencionar una. Las redes neurales a menudo usan la función logística

$$(20) \quad f(y_{t-1}) = 1 / (1 + e^{-\beta y_{t-1}})$$

para cierto valor de β . Esto resulta ser muy poderoso, y puede demostrarse que las redes de este tipo de función puede aproximarse bien a las funciones no lineales de manera arbitraria (véase Cybenko, 1989). Muchas otras funciones son igualmente buenas, y Blake y Kapetanios (2003) comentan otras, que resultan ser más convenientes en la práctica. El segundo problema es uno familiar: que los valores críticos no están normalizados, aunque es posible encontrar algunos apropiados, mediante una variedad de técnicas analíticas y estadísticas.

Falta ver lo importantes que son las no linealidades para probar raíces unitarias. Blake y Kapetanios (2003) muestran que para una variedad de modelos, las raíces unitarias se aceptan a menudo cuando el proceso subyacente es en realidad no lineal. Se requiere mucho más trabajo empírico: tenemos que establecer condiciones en donde en efecto hemos encontrado raíz unitaria, en lugar de una donde de hecho usaríamos un modelo no lineal.

Apéndice

Operadores de rezago y series de tiempo

El operador de rezago L , toma el primer rezago de una serie de tiempo, es decir, se le define como $Lx_t = x_{t-1}$. Podemos usar potencias más altas de esto en forma natural. Por ejemplo, $L^2 x_t = L(L(x_t)) = L(x_{t-1}) = x_{t-2}$, y de manera más general $L^n x_t = x_{t-n}$. Estas potencias se comportan en la misma forma a que estamos acostumbrados en el álgebra básico, de manera que se pueden definir los polinomios en el operador de rezago (se definen, como sería de esperar, $L^0 = 1$ o sea, $L^0 x_t = x_t$)²⁵ Como ejemplo, considérese el modelo univariado ARMA (2.2).

²⁵ Resulta instructivo pensar en el operador de rezago como la *regla* de una función. Una función requiere dos conjuntos y una regla. La regla mapea cada elemento de un conjunto (el dominio) sobre un solo elemento del otro conjunto (el rango o condominio). Con frecuencia los dos conjuntos son los mismos, de hecho el término *operador* usualmente significa que la función mapea un conjunto sobre sí mismo, pero no tiene por qué ser de tal manera. Una serie de tiempo es una secuencia de observaciones (por lo general, de una variable o un vector de variables) indizadas por el

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \beta y_{t-2} + \gamma \varepsilon_{t-1} + \delta \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t,$$

donde $\{y_t\}$ es una serie de tiempo, α , β , γ , y δ son coeficientes (escalares) y $\{\varepsilon_t\}$ es una serie de choques. En la notación del operador de rezago, esto puede escribirse como:

$$(21) \quad A(L)y_t = B(L)\varepsilon_t$$

donde:

$$A(L) = 1 - \alpha L - \beta L^2 \text{ y } B(L) = 1 + \gamma L + \delta L^2$$

son polinomios en L . Una propiedad útil de estos polinomios es que es posible manipularlos mediante el álgebra, en particular se puede dividir un polinomio entre otro. Así, se puede representar (21) como un proceso de promedio móvil: $A^{-1}(L)B(L)\varepsilon_t$, o un proceso autorregresivo: $B^{-1}(L)A(L)y_t = \varepsilon_t$.²⁶

1. Raíces unitarias

Aún tenemos que definir qué queremos decir por raíz unitaria o la inversa de un polinomio en el operador de rezago. Podemos factorizar la ecuación $B(L)y_t = 0$ en $(1 - \lambda_1 L)(1 - \lambda_2 L) \dots (1 - \lambda_n L)y_t = 0$, donde n es el orden de $B(L)$ y los λ_i son las raíces de $B(L)$. Si el polinomio es de grado 2 o más elevado, algunas de las raíces pueden ser complejas. Si algunas de ellas lo son, y_t exhibirá un ciclo. Si cualquiera de las raíces tiene un módulo menor que uno, y_t hará explosión

tiempo, lo que se denota por $\{x_t\}$. El operador de rezago mapea a una serie de tiempo sobre otra. Cuando se piensa acerca de las series de tiempo como un economista práctico, siempre se piensa acerca de ellas como extendiéndose muy lejos tanto en el pasado como en el futuro. En esencia, damos por supuesto que cualesquiera condiciones iniciales y terminales están demasiado lejos para tener influencia sobre las series. Sin embargo, cuando creamos las series de tiempo en *EViews*, debemos tener más cuidado. Esa es la razón por la que en algunos de los temas necesitamos mover la muestra hacia delante, a fin de tener un dominio definido de manera correcta (ver por ejemplo, el tema 1 en este manual). Para una revisión más completa y rigurosa acerca de los operadores de rezago, ver Sargent (1987) o Hamilton (1994).

²⁶ Esto puede parecer poco familiar, pero nótese que puede ser reescrito como $y_t + (B^{-1}(L)A(L) - 1)y_t = \varepsilon_t$. Sustrayendo $(B^{-1}(L)A(L) - 1)y_t$ de cada lado nos da $y_t = C(L)y_t + \varepsilon_t$ donde $C(L) = (1 - B^{-1}(L)A(L))$, lo cual demuestra que y_t es una función de sus valores pasados.

y si alguna tiene un módulo igual a uno, los choques a y_t persistirán para siempre. La situación en que una de las raíces iguala a uno es de donde proviene el término *raíz unitaria*. En resumen, si todas las raíces son mayores que uno en el módulo, la serie es estacionaria, de lo contrario no lo es. Si tiene n raíces menores que uno o iguales a éste, se dice que es integrada de orden n y se escribe $y_t \sim I(n)$. En ese caso necesitaremos diferenciarla n veces para alcanzar la estacionariedad.

Invertir $B(L)$ es posible para una serie estacionaria. En ese caso, $B^{-1}(L) = (1 - \lambda_1 L)^{-1} (1 - \lambda_2 L)^{-1} \dots (1 - \lambda_n L)^{-1}$. Podemos hacer esto porque, si todas las λ_i tienen un módulo mayor que 1 (necesario para la estacionariedad) esto es igual a un polinomio de orden infinito. No se cuenta con espacio para entrar en mayores detalles, pero Sargent (1987) y Hamilton (1994) proporcionan los detalles completos.

El uso de operadores de rezago puede volverse más claro con un ejemplo. Considérese el proceso AR(2):

$$y_t = 0.7y_{t-1} + 0.3y_{t-2} + \varepsilon_t,$$

o, conforme a la notación del operador de rezago:

$$A(L)y_t = \varepsilon_t \text{ con } A(L) = 1 - 0.7L - 0.3L^2.$$

Ahora $1 - 0.7\lambda - 0.3\lambda^2 = -(\lambda - 1)(0.3\lambda + 1)$ y de ahí que tenga raíces de $\lambda = 1$ y $\lambda = -\frac{1}{3}$. Las λ son las raíces del polinomio.²⁷ Una de las raíces es igual a uno, de modo que la serie es una variable $I(1)$. (Con facilidad se puede verificar que es una variable no estacionaria si experimentamos en *EViews*).

2. Sistemas de ecuaciones

Es posible generalizar series de tiempos univariados en marcos multivariados, de modo que un proceso AR se convierte en VAR, un ECM en VECM, etc. En la misma forma se

²⁷ Necesitamos ir a través de las λ más decir con sencillez $1 - 0.7L - 0.3L^2 = 0$, ya que esto sólo se sostendría si L fuera un número, mientras que éste es un operador.

pueden generalizar polinomios de rezago en marcos multi-variados. En este caso, las variables se convierten en vectores de variables y los coeficientes devienen en matrices de coeficientes. Así, por ejemplo, en el caso de un simple VAR con un rezago:

$$x_t = \alpha x_{t-1} + \beta y_{t-1} + \varepsilon_{xt}$$

$$y_t = \gamma x_{t-1} + \delta y_{t-1} + \varepsilon_{yt}$$

Eso puede escribirse como:

$$A(L)z_t = \varepsilon_t$$

donde:

$$A(L) = I - \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} L, \quad z_t = \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xt} \\ \varepsilon_{yt} \end{bmatrix}$$

Se pueden manipular las matrices polinomiales de forma muy parecida a los escalares polinomiales que se han tratado más arriba. Sin embargo, no entraremos aquí en más detalles.

CUADRO A.1. EJEMPLO DE CONJUNTO DE DATOS SUDAFRICANOS, 1970-2001

	<i>dsacpi</i>	<i>lsacpi</i>	<i>sacpi</i>	<i>dsacpi</i>	<i>lsacpi</i>	<i>sacpi</i>	<i>dsacpi</i>	<i>lsacpi</i>	<i>sacpi</i>		
1970: t1		4.60517	100	1980: t4	0.044937	5.68591	294.6859	1991: t3	0.036525	7.137292	1,258.017
1970: t2	0.011091	4.616261	101.1152	1981: t1	0.026748	5.712658	302.6744	1991: t4	0.042576	7.179868	1,312.736
1970: t3	0.010708	4.626969	102.2038	1981: t2	0.021904	5.734562	309.3774	1992: t1	0.032911	7.21278	1,356.658
1970: t4	0.008528	4.635497	103.0791	1981: t3	0.047857	5.782419	324.5434	1992: t2	0.03507	7.247849	1,405.08
1971: t1	0.008969	4.644466	104.0078	1981: t4	0.031892	5.814311	335.0605	1992: t3	0.032465	7.280314	1,451.444
1971: t2	0.026433	4.670899	106.7937	1982: t1	0.02718	5.841491	344.2924	1992: t4	0.017757	7.298071	1,477.447
1971: t3	0.015531	4.68643	108.4653	1982: t2	0.041351	5.882843	358.8278	1993: t1	0.022164	7.320234	1,510.558
1971: t4	0.013606	4.700036	109.9511	1982: t3	0.027791	5.910634	368.94	1993: t2	0.042177	7.362412	1,575.632
1972: t1	0.010084	4.71012	111.0655	1982: t4	0.033271	5.943905	381.4215	1993: t3	0.017261	7.379673	1,603.065
1972: t2	0.014938	4.725058	112.737	1983: t1	0.029867	5.973772	392.9853	1993: t4	0.016428	7.396101	1,629.618
1972: t3	0.024411	4.749469	115.5229	1983: t2	0.027392	6.001164	403.8986	1994: t1	0.022465	7.418565	1,666.641
1972: t4	0.020685	4.770154	117.9374	1983: t3	0.019813	6.020977	411.9809	1994: t2	0.017938	7.436503	1,696.807
1973: t1	0.028213	4.798367	121.3122	1983: t4	0.021945	6.042922	421.1217	1994: t3	0.035685	7.472189	1,758.451
1973: t2	0.021343	4.81971	123.9292	1984: t1	0.023659	6.066581	431.2039	1994: t4	0.013868	7.486056	1,783.006
1973: t3	0.019564	4.839274	126.3776	1984: t2	0.036107	6.102688	447.0578	1995: t1	0.019927	7.505983	1,818.892
1973: t4	0.026257	4.865531	129.7398	1984: t3	0.028966	6.131654	460.1968	1995: t2	0.020569	7.526552	1,856.693
1974: t1	0.020088	4.885619	132.3724	1984: t4	0.030369	6.162023	474.3867	1995: t3	0.002757	7.529309	1,861.818
1974: t2	0.031096	4.916715	136.5532	1985: t1	0.04181	6.203833	494.6414	1995: t4	0.009266	7.538574	1,879.149
1974: t3	0.042554	4.959268	142.4895	1985: t2	0.043913	6.247746	516.8464	1996: t1	0.022028	7.560602	1,921.002
1974: t4	0.030732	4.990001	146.9365	1985: t3	0.032403	6.280149	533.8682	1996: t2	0.01387	7.574472	1,947.831

1975: t1	0.032261	5.022261	151.7541	1985: t4	0.045491	6.32564	558.715	1996: t3	0.023263	7.597735	1,993.676
1975: t2	0.028883	5.051144	156.2011	1986: t1	0.057595	6.383235	591.839	1996: t4	0.023	7.620735	2,040.062
1975: t3	0.028072	5.079216	160.6481	1986: t2	0.033993	6.417228	612.3082	1997: t1	0.021053	7.641788	2,083.467
1975: t4	0.020449	5.099665	163.967	1986: t3	0.043251	6.460478	639.3669	1997: t2	0.017924	7.659712	2,121.147
1976: t1	0.022297	5.121963	167.6641	1986: t4	0.042012	6.50249	666.7999	1997: t3	0.016387	7.676099	2,156.192
1976: t2	0.035737	5.1577	173.7644	1987: t1	0.039315	6.541805	693.5371	1997: t4	0.011784	7.687883	2,181.751
1976: t3	0.027284	5.184984	178.5706	1987: t2	0.036051	6.577856	718.9963	1998: t1	0.017598	7.705481	2,220.485
1976: t4	0.021506	5.20649	182.4526	1987: t3	0.033492	6.611348	743.4845	1998: t2	0.021483	7.726964	2,268.705
1077: t1	0.027974	5.234464	187.6285	1987: t4	0.045435	6.656782	778.0435	1998: t3	0.01921	7.746175	2,312.708
1977: t2	0.029128	5.263592	193.1742	1988: t1	0.035572	6.692354	806.2182	1998: t4	0.01313	7.759304	2,343.274
1977: t3	0.026442	5.290034	198.3502	1988: t2	0.023049	6.715403	825.0165	1999: t1	0.016395	7.775699	2,382.008
1977: t4	0.016636	5.30667	201.6776	1988: t3	0.026414	6.741817	847.0988	1999: t2	0.018956	7.794655	2,427.593
1978: t1	0.020098	5.326769	205.772	1988: t4	0.027384	6.769202	870.6165	1999: t3	0.016898	7.811553	2,468.962
1978: t2	0.016029	5.342798	209.0969	1989: t1	0.028334	6.797535	895.637	1999: t4	0.012726	7.824279	2,500.581
1978: t3	0.052485	5.395283	220.3644	1989: t2	0.035566	6.833102	928.0648	2000: t1	0.020856	7.845134	2,533.281
1978: t4	0.01745	5.412732	224.2435	1989: t3	0.030291	6.863393	956.6073	2000: t2	0.025171	7.870305	2,618.364
1979: t1	0.024411	5.437144	229.7849	1990: t4	0.026445	6.889838	982.2422	2000: t3	0.018545	7.88885	2,667.375
1979: t2	0.028487	5.46563	236.4248	1990: t1	0.035315	6.925153	1,017.55	2000: t4	0.010515	7.899365	2,695.569
1979: t3	0.058461	5.524091	250.6583	1990: t2	0.031687	6.95684	1,050.309	2001: t1	0.019074	7.918439	2,747.478
1979: t4	0.021161	5.545252	256.019	1990: t3	0.03105	6.98789	1,083.433	2001: t2	0.015228	7.933667	2,789.637
1980: t1	0.020508	5.56576	261.3237	1990: t4	0.038555	7.026445	1,126.02	2001: t3	0.014348	7.948015	2,829.952
1980: t2	0.032283	5.598042	269.8975	1991: t1	0.035008	7.061453	1,166.139	2001: t4	0.011756	7.959771	2,863.416
1980: t3	0.042931	5.640973	281.7368	1991: t2	0.039314	7.100767	1,212.897				

REFERENCIAS

- Baillie, R. T. (1996), "Long memory processes and fractional integration in econometrics", *Journal of Econometrics*, vol. 73, pp. 5-59.
- Bhargava, A. (1986), "On the theory of testing for unit roots in observed time series", *Review of Economic Studies*, pp. 369-84.
- Blake, A. P., y G. Kapetionios (2003), "Pure significance tests of the unit root hypothesis against nonlinear alternatives", *Journal of Time Series Analysis*, vol. 24, n° 3, pp. 253-67.
- Blough, S. R. (1992), "The relationship between power and level for generic unit root tests in finite samples", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 7, pp. 295-308.
- Campbell, J. Y., y P. Perron (1991), "Pitfalls and opportunities: What macroeconomists should know about unit roots", en O.-J. Blanchard y S. Fisher (eds.), *NBER Macroeconomics Annual*, MIT Press, pp. 141-201.
- Canova, F. (1998), "Detrending and business cycle facts", *Journal of Monetary Economics*, vol. 41, pp. 475-512.
- Clements, M. P., y D. F. Hendry (1998), *Forecasting Economic Time Series*, Cambridge University Press.
- Cochrane, J. H. (1991a), "Comment on Campbell and Perron", en O.-J. Blanchard y S. Fisher (eds.), *NBER Macroeconomics Annual*, MIT Press, pp. 201-10.
- Cochrane, J. H. (1991b), "A critique of the application of unit root tests", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 15, n° 2, pp. 275-84.
- Cochrane, J. H. (2002), *PhD teaching material on time series and finance*; disponible en: (<http://www-gsb.uchicago.edu/fac/john.cochrane/research/Papers/timeser1.pdf>).
- Cybenko, G. (1989), "Approximation by superposition of a sigmoidal function", *Mathematics of Control, Signals and Systems*, vol. 2, pp. 304-14.
- Dickey, D. A., y S. G. Pantula (1991), "Determining the order of differencing in autoregressive processes", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 5, pp. 455-61.
- Diebold, F. X., y L. Kilian (1999), *Unit root tests are useful for selecting forecasting models*, NBER (Working Paper, n° 6928).
- Dolado, J. J., T. Jenkinson y S. Sosvilla-Rivero (1990),

- “Cointegration and unit roots”, *Journal of Economic Surveys*, n° 3, pp. 249-73.
- Elliot, G., T. J. Rothenberg y J. H. Stock (1996), “Efficient tests for an autoregressive unit root”, *Econometrica*, vol. 64, n° 4, pp. 813-36.
- Enders, W. (1995), *Applied Econometric Time Series*, John Wiley and Sons.
- Favero, C. A. (2001), *Applied Macroeconometrics*, Oxford University Press.
- Feller, W. (1968), *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, John Wiley and Sons.
- Gonzalo, J., y T.-H. Lee (1995), *Pitfalls in testing for long-run relationships*, del Departamento de Economía de la Universidad de Boston (Working Paper, n° 38).
- Granger, C. W. J., y P. Newbold (1974), “Spurious regressions in econometrics”, *Journal of Econometrics*, vol. 2, n° 2, pp. 111-20.
- Haldrup, N. (1999), “An econometric analysis of $I(2)$ variables”, *Journal of Economic Surveys*, vol. 12, n° 5, pp. 595-650.
- Hamilton, J. D. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Hansen, B. E. (1995), “Rethinking the univariate approach to unit root testing: Using covariates to increase power”, *Econometric Theory*, vol. 11, n° 5, pp. 1148-71.
- Harvey, A. C. (1989), *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*, Cambridge University Press.
- Harvey, A. C. (1997), “Trends, cycles and autoregressions”, *The Economic Journal*, vol. 107, pp. 192-201.
- Harvey, A. C., y S. J. Koopman (1997), “Trends and cycles in multivariate time series”, en C. Heij, H. Schumacher, B. Hanzon y C. Praagman (eds.), *System Dynamics in Economic and Financial Models*, John Wiley and Sons, pp. 269-98.
- Hayashi, F. (2000), *Econometrics*, Princeton University Press.
- Kwiatkowski, D., P. Phillips, P. Schmidt e Y. Shin (1992), “Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root”, *Journal of Econometrics*, vol. 54, n° 1-3, pp. 159-78.
- Lee, J., y P. Schmidt (1994), “Unit root tests based on instrumental variables estimation”, *International Economic Review*, vol. 35, pp. 449-62.

- Maddala, G. S., e I.-M. Kim (1998), *Unit Roots, Cointegration and Structural Change*, Cambridge University Press.
- Mahadeva, L., y G. Sterne (2002), "Inflation targets as a stabilisation device", *Manchester School*, vol. 70, pp. 619-50.
- McCallum, B. T. (1993), "Unit roots in macroeconomic time series: Some critical issues", *Federal Reserve Bank of Richmond Quarterly*, vol. 79, n° 2, pp. 13-43.
- Nelson, C. R., y H. Kang (1981), "Spurious periodicity in inappropriately detrended time series", *Econometrica*, vol. 49, pp. 741-51.
- Nelson, C. R., y H. Kang (1984), "Pitfalls in the use of time as an explanatory variable in regression", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 2, pp. 73-82.
- Newey, W. K., y K. West (1987), "A simple, positive semidefinite, heteroskedasticiy and autocorrelation consistent covariance matrix", *Econometrica*, vol. 55, pp. 703-08.
- Patterson, K. (2000), *An introduction to applied econometrics: A time series approach*, St. Martin's Press.
- Phillips, P. C. B., y P. Perron (1988), "Testing for a unit root in time series regression", *Biometrika*, vol. 75, n° 2, pp. 335-46.
- Phillips, P. C. B., y Z. Xiao (1999), "A primer on unit root testing", en M. McAleer y L. Osley (eds.), *Practical Issues in Cointegration Analysis*, Blackwell, pp. 7-53.
- Proietti, T. (2002), "Forecasting with structural time-series models", en D. Hendry y M. P. Clements (eds.), *A Companion to Economic Forecasting*, Blackwell, Oxford.
- Said, S., y D. A. Dickey (1984), "Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order", *Biometrika*, vol. 71, pp. 599-607.
- Sargent, T. J. (1987), *Macroeconomic Theory*, Academic Press.
- Schwert, G. W. (1989), "Tests for unir roots: A Monte Carlo investigation", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 7, pp. 5-17.
- Sims, C. A. (1988), "Bayesian skepticism on unit root econometrics", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 12, pp. 463-74.
- Smith, R. P. (1999), "Unit roots and all that: the impact of time-series methods on macroeconomics", *Journal of Economic Methodology*, vol. 6, n° 2, pp. 239-58.

- Stock, J. H. (1994), "Unit roots, structural breaks and trends", en R. F. Engley D. L. MacFadden (eds.), *Handbook of Econometrics*, vol. IV, pp. 7-53.
- Taylor, J. B. (1993), "Discretion versus policy rules in practice", *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy*, vol. 39, n° 0, pp. 195-214.

Índice

	<i>Pág.</i>
I. Prueba de raíz unitaria en un banco central	1
1. ¿Por qué la prueba de raíz unitaria es importante? .	3
a) Regresiones espurias	4
b) Estacionariedad	7
2. El tratamiento apropiado de las variables que parecen tener raíces unitarias	10
a) Tratamiento estadístico	10
b) Tratamiento económico	11
3. Pruebas de raíz unitaria	12
Recuadro A. Tamaño y poder de una prueba	14
4. Limitaciones de las pruebas de raíz unitaria	16
Recuadro B. Ecuaciones estructurales y de forma reducida	16
II. Los ejercicios	17
1. Resumen de ejercicios	17
a) Una nota acerca de los comandos en EViews	20
2. Variables estacionaria en diferencia, cuasi-raíz unitaria, y estacionaria en tendencia	20
a) Ejercicio	21
b) Instrucciones	21
3. Peligros en la interpretación de un resumen simple de estadísticos de variables no estacionarias	22

	<i>Pág.</i>
a) Ejercicio	22
b) Instrucciones	22
c) Respuesta	22
d) Análisis	22
4. El correlograma de la muestra y la no estacionariedad	23
a) Ejercicio	23
b) Instrucciones	23
c) Respuesta	24
d) Análisis	24
5. La prueba Dickey-Fuller	24
a) Ejercicio	25
b) Instrucciones	25
c) Respuesta	25
6. Prueba Dickey-Fuller aumentada (ADF)	30
a) Ejercicio	30
b) Instrucciones	31
c) Análisis	31
d) Cómo determinar el orden de la estacionariedad en diferencia	32
e) Pregunta	32
f) Instrucciones	32
g) Respuesta	33
h) Análisis	33
7. Admisión de procesos de series de tiempo más generales con el uso de la prueba ADF	34
a) Tendencias en la regresión Dickey-Fuller	35
b) Ejercicio	35
c) Instrucciones	35

	<i>Pág.</i>
d) Respuesta	35
e) Análisis	38
8. Algunas otras pruebas de raíz unitaria automáticas en EViews	40
a) Dickey-Fuller MCG	40
b) Phillips-Perron	40
c) Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)	41
9. Una prueba de variable instrumental basada en la formulación de Bhargava	41
Recuadro C. La formulación de Bhargava	42
a) Ejercicio	43
b) Instrucciones	43
c) Respuesta	44
d) Análisis	44
10. El método estructural para las series de tiempo	46
Recuadro D. El modelo univariado estructural de series de tiempo	46
a) Estimación del modelo de series de tiempo es- tructurales	48
b) Comparación de modelos no estacionarios en términos de pronóstico dentro de la muestra	52
11. Prueba multivariada de raíces unitarias	55
a) Ejercicio	56
b) Instrucciones	57
c) Respuesta	57
d) Análisis	58
Recuadro E. Prueba no lineal de raíz unitaria	59
Apéndice. Operadores de rezago y series de tiempo	60
Referencias	66

Este ensayo se terminó de imprimir en junio del 2009 en los talleres de Alejandro Duplancher, Av. Mariano Escobedo n^o 114-3B, México, D. F., 11320.
300 ejemplares.

CENTRO DE ESTUDIOS MONETARIOS LATINOAMERICANOS

Asociación Regional de Bancos Centrales

www.cemla.org

Serie Ensayos