

# El tipo de cambio real de equilibrio en Colombia y su desalineamiento: estimación a través de un modelo SVEC

Juan José Echavarría Soto, Enrique López Enciso  
y Martha Misas Arango\*

## I. INTRODUCCIÓN

El desalineamiento del tipo de cambio real es una variable fundamental para la política económica y su medición uno de los aspectos más controversiales en el cuerpo de la teoría económica que se ha denominado la macroeconomía de economías abiertas.<sup>1</sup> Los desalineamientos son utilizados como una herramienta para predecir desplazamientos futuros del tipo de cambio en el caso de los países donde éste flota (Goldfajn y Valdés, 1999, p. 189) y para evaluar la necesidad de ajustar el tipo de cambio en países con regímenes menos flexibles. La literatura sugiere que los desalineamientos pueden tener efectos nocivos sobre el crecimiento y el bienestar (Edwards, 1989; Milesi-Ferretti y Razin, 1998; Razin y Collins, 1997) y que estos efectos pueden ser de carácter permanente (Cerra y Sweta, 2005).

El desalineamiento del tipo de cambio real se refiere a una situación en la cual esta se desvía de un tipo “ideal” implícito. Se dice que el tipo de cambio está subvaluado cuando está más depreciado que este tipo ideal; y se habla de un tipo revaluado en caso contrario. Se requiere entonces definir

\* J. J. Echavarría Soto, Codirector de la Junta Directiva, E. López Enciso, Investigador Principal de la Unidad de la Investigación y M. Misas Arango, Investigadora Principal de la Unidad de Investigación, todos del Banco de la República. Correos: {jchavso@banrep.gov.co; elopez@banrep.gov.co y mmisasar@banrep.gov.co}.

<sup>1</sup> Véase por ejemplo Aguirre y Calderón (2006) y Terra y Carneiro (2003).

explícitamente el contenido de este tipo de cambio real “ideal”, aquella que podría prevalecer en ausencia de rigideces de precios y fricciones de corto plazo.

Una definición más estructurada de desalineamiento utiliza la noción de tipo de cambio real de equilibrio, aquella que prevalecería si la economía estuviese simultáneamente en equilibrio externo e interno. El equilibrio interno se produce en una economía operando en pleno empleo y plena capacidad, y el equilibrio externo cuando es sostenible la situación de la cuenta corriente dada una posición deseada de flujos de capital. El equilibrio del tipo de cambio real puede variar en el tiempo como resultado de los cambios en sus determinantes.

Este documento tiene como objetivo el cálculo del tipo de cambio real de equilibrio y de su desalineamiento. Para ello se utiliza el enfoque de tendencias comunes asociadas a un modelo de corrección de errores vectorial estructural (SVEC), un avance metodológico importante frente a la metodología VEC empleada por Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005). La metodología SVEC permite relacionar de manera directa el tipo de cambio real con sus determinantes fundamentales y posibilita: *i*) el cálculo del tipo de cambio real de equilibrio, mediante la acumulación de diferentes choques; y *ii*) el análisis de los efectos de tales choques sobre el tipo de equilibrio y por ende, sobre el resto de la economía. El período de análisis, 1958-2005, se caracteriza por cuatro regímenes cambiarios, que señalamos enseguida: tipo de cambio nominal fijo antes de 1967 (con las fuertes devaluaciones que acompañan ese tipo de regímenes), *crawling peg* “pasivo” entre 1967 y 1991, bandas cambiarias entre 1991 y 1999, y tipo de cambio administrado entre 1999 y el presente.<sup>2</sup>

El documento se desarrolla en seis partes incluida esta introducción. La sección II discute la definición del tipo de cambio real de equilibrio y la sección III considera las variables utilizadas. La sección IV presenta el esquema metodológico y la sección V los principales resultados: el tipo de cambio real de equilibrio obtenido mediante la metodología SVEC, la comparación del desalineamiento con el trabajo de Echavarría, Vásquez y Villamizar, 2005 y el análisis de impulso respuesta de las principales variables del sistema. En la última sección se presentan las conclusiones. En otro documento los autores analizan los ataques especulativos y las caídas de cuenta corriente que tradicionalmente han seguido a la sobrerrevaluación cambiaria (Echavarría, López y Misas, 2007).

<sup>2</sup> En 1957 y 1958 se mantuvo un régimen de tipo de cambio flexible. Ver Díaz-Alejandro (1976, p.189) y Cárdenas (1997).

## II. DEFINICIÓN DEL TIPO DE CAMBIO REAL DE EQUILIBRIO

En la discusión reciente sobre el valor del peso colombiano es importante conocer si se trata de cambios en el valor de equilibrio o de desalineamientos con respecto al equilibrio. A manera de ejemplo, sería indeseable e ineficaz que el Banco Central luchase contra los movimientos en el tipo de cambio de equilibrio (aún cuando podría suavizarlos), pero enteramente adecuado que evitase desalineamientos prolongados y sustanciales respecto al equilibrio.

Existen diferentes conceptos del equilibrio. Para comenzar, la teoría de Paridad del Poder Adquisitivo (PPA) postula que el precio doméstico de los bienes está determinado por el precio internacional medido en moneda local, y que la tasa de cambio nominal debe compensar los diferenciales de inflación entre países. Ello lleva a un tipo de cambio real constante en la versión *relativa* de la PPA o igual a 1 en su versión *absoluta*.

Pero los tipos de cambio reales no son constantes, y la teoría de la PPA solo parece ser válida en el muy largo plazo, o en economías que se encuentran sujetas a procesos de hiperinflación. El enfoque es aún más problemático en economías emergentes como la colombiana, sujeta a choques reales permanentes relacionados con cambios relativos en productividad. Por ello resulta difícil identificar el nivel de equilibrio de largo plazo acorde con dicha teoría.

Un segundo concepto, utilizado en este trabajo, supone que el tipo de cambio de equilibrio varía en el tiempo, y se puede especificar como una función de los valores sostenibles de los fundamentos macroeconómicos. Su cálculo permite responder preguntas como: ¿Cuál es aquel tipo de cambio que resulta al remover los elementos especulativos y cíclicos, que varía con los fundamentos exógenos y con los cambios en variables endógenas?

El nivel de equilibrio de los fundamentales determina el nivel de equilibrio del tipo de cambio, y algunas variables nominales pueden acelerar (o retardar) el ajuste hacia dicho equilibrio. Alternativamente, podría afirmarse que los cambios en variables nominales pueden tener un efecto duradero sobre el tipo de cambio real cuando se adoptan en una situación de desequilibrio (por ejemplo, un tipo de cambio altamente revaluado o devaluado) o cuando van acompañadas por políticas “reales” que afectan la oferta o la demanda agregada en la economía. Como se mencionó arriba, el Banco Central difícilmente logra una devaluación real con sus políticas nominales cuando el tipo de cambio real se encuentra cercano a su nivel de equilibrio de largo plazo, a menos que cambien los fundamentos.

Muchos de los trabajos recientes utilizan técnicas de cointegración para identificar patrones persistentes de los comovimientos entre los fundamentos. En este trabajo se sigue de cerca a Mac Donald (2000) cuando presenta

el enfoque denominado *Behavioural Equilibrium Exchange Rates* (BEER). El punto de partida es la proposición acerca de la existencia de factores reales que determinan la lenta reversión a la media que se observa en los datos. El modelo enuncia, para comenzar, la Paridad Descubierta de Tasas de Interés (UIP) expresada en términos reales y ajustada para incluir una prima de riesgo.

$$\Delta q_{t+k}^e = -\left(r_{t,t+k}^e - r_{t,t+k}^{*,e}\right) + \rho_t \quad (1)$$

donde  $\Delta q_{t+k}^e$  es el cambio en el tipo de cambio real esperado ( $q_{t+k}^e - q_t^e$ ),  $\left(r_{t,t+k}^e - r_{t,t+k}^{*,e}\right)$  corresponde al diferencial de las tasas reales de interés esperadas entre Colombia y el exterior, y  $\rho$  a la prima de riesgo. Reformulando la expresión (1) bajo el supuesto de que  $q_t^e = q_t$ :

$$q_t = q_{t+k}^e + \left(r_{t,t+k}^e - r_{t,t+k}^{*,e}\right) - \rho_t \quad (2)$$

Si denominamos a  $q_{t+k}^e$  como  $\bar{q}$ , el componente de largo plazo, imponiendo expectativas racionales, se obtiene:

$$q_t = \bar{q}_t + \left(r_t - r_t^*\right) \quad (3)$$

Finalmente, si se supone un modelo consistente de stock y flujo como el que desarrollaron originalmente Frenkel y Mussa (1986) se puede plantear:<sup>3</sup>

$$\bar{q}_t = f \left( r_t - r_t^*, A\bar{E}N_t, T\bar{I}N\bar{T}_t, \left( \frac{A_T / A_N}{A_T^* / A_N^*} \right)_t \right) \quad (4)$$

donde  $AEN$  corresponde a los activos externos netos y  $TINT$  a los términos de intercambio; el tercer término corresponde al llamado efecto Balassa-Samuelson, relacionado con la productividad relativa en transables y en no transables en Colombia y en el exterior. La tasa de cambio real se puede expresar como:

$$q = \frac{\varepsilon P^*}{P} = \frac{\varepsilon [P_N^{\omega*} P_T^{(1-\omega*)}]}{[P_N^\omega P_T^{(1-\omega)}]} = \frac{\varepsilon \cdot P_T^1 P_N^{\omega*} P_T^{-\omega*}}{P_T^1 P_N^\omega P_T^{-\omega}} = \frac{\varepsilon \cdot P_T^*}{P_T} \cdot \frac{\left(\frac{P_T}{P_N}\right)^\omega}{\left(\frac{P_T^*}{P_N^*}\right)^{\omega*}} \quad (5)$$

siendo  $P_T$ ,  $P_N$  el precio de transables y no transables, y  $\omega$  la participación

<sup>3</sup> En (4) los signos esperados aparecen sobre las variables. En la sección III se presenta una discusión más amplia sobre estos signos.

de no transables en la canasta de consumo en Colombia (\* denota a las mismas variables en el exterior). Esto quiere decir que el tipo de cambio real depende parcialmente de la relación entre el precio de transables y no transables en cada país. En el largo plazo se espera un signo negativo para las cuatro variables que determinan el tipo de cambio en la ecuación (4). Un mayor diferencial de tasas de interés dará lugar a entradas de capital y a una revaluación del tipo real de equilibrio. Sobre el significado de las otras tres variables ver la siguiente sección.

Una vez que se define la especificación en (4), el problema se centra en elegir el estimador apropiado. Clark y Mac Donald (1998) proponen utilizar el mecanismo VEC de Johansen (1995). Con tal enfoque se deriva una representación *Permanent Equilibrium Exchange Rate* (PEER). Si se considera, por ejemplo, el vector  $X_t$  conformado por la tasa de cambio real y sus fundamentos:

$$X_t = \left( q_t, (r_t - r_t^*), AEN_t, tint_t, \left( \frac{A_T / A_N}{A_T^* / A_N^*} \right)_t \right) \quad (6)$$

Se supone que dicho sistema tiene la siguiente representación VEC:

$$\Delta X_t = \mu + \sum_{i=1}^{p-1} A_i \Delta X_{t-i} + \alpha \beta' X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (7)$$

De tal forma que el tipo de cambio real de equilibrio se definirá como la suma ponderada de los fundamentales, donde las ponderaciones corresponden a los coeficientes del vector de cointegración estimado.

En este artículo, se propone trabajar con un esquema VEC estructural y sus tendencias comunes asociadas. Así, partiendo de la modelación VEC, anteriormente mencionada, se imponen restricciones de carácter económico, las cuales permiten identificar los choques estructurales de la economía y, a través de éstos, construir las tendencias que genera el componente permanente del tipo de cambio real, entendido éste como el tipo de cambio real de equilibrio. En nuestro conocimiento este enfoque no ha sido utilizado para el cálculo de tipo de cambio real de equilibrio y su utilización constituye uno de los principales aportes del trabajo.

La estimación extiende la metodología de Quah y Vahey (1995) hacia un enfoque multivariado que acepta la propiedad de cointegración de algunas variables dentro del sistema de información elegido y permite hacer una representación de tendencias estocásticas comunes. La explicación detallada de la metodología se presenta en el Anexo.

### III. LAS VARIABLES UTILIZADAS

La información utilizada incluye un conjunto de variables macroeconómicas con un efecto potencial sobre el tipo de cambio real de largo plazo. Se experimentó con las variables contenidas en la ecuación (4) y con otras variables comúnmente empleadas en la literatura. El análisis empírico se lleva a cabo con información anual para el período comprendido entre 1962 y 2005. En nuestro “mejor” sistema de información el tipo de cambio real se relaciona de manera directa con los activos externos netos (*AEN*), los términos de intercambio (*LTINT*, en logaritmos) y la apertura (*APER*), y de manera indirecta, a través de una tendencia determinística, con la productividad. El diferencial de tasas de interés no se incluyó finalmente en el sistema de información pues no se obtuvo cointegración cuando esta variable estaba presente. Aún no se cuenta con una buena tasa de interés para los años sesenta y setenta en Colombia.

La metodología SVEC empleada obligó a trabajar con un conjunto de variables relativamente reducido. Esto, y las diferencias en metodología, conducen a resultados relativamente diferentes a aquellos obtenidos por Echavarría, Vásquez y Villamizar, 2005. Frente a dicho trabajo se eliminaron el tipo de cambio nominal y el gasto público como variables determinantes, y se aproximó el efecto Balassa-Samuelson con la simple tendencia determinística.<sup>4</sup> Además, se incluyó la variable apertura para tratar de reproducir la tendencia creciente del tipo de cambio real en el largo plazo.

El tópico más debatido se relaciona con la inclusión o exclusión del tipo de cambio nominal en los cálculos. Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005) obtienen un efecto importante para dicha variable, pero éste desaparece en el muy largo plazo. Por su parte, otros autores afirman que la relación entre el tipo de cambio nominal y real simplemente indica que (a diferencia de lo que sugieren los modelos nominales) los choques reales también afectan el tipo de cambio nominal (véase Krugman y Obstfeld, 2003, capítulo 15).

La variable *AEN* es central en el modelo *stock*-flujo desarrollado por Frenkel y Mussa (1986), con incrementos de largo plazo asociados con mejoras en la cuenta corriente y revaluación, el impacto de corto plazo es el opuesto, ver Sarno y Taylor (2002, pp. 115-20). En otras palabras, se espera una relación positiva entre *AEN* y el tipo de cambio real en el corto plazo (el impacto flujo) y una relación negativa en el mediano y largo plazo una vez se

<sup>4</sup> En Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005) se capturó el efecto Balassa-Samuelson con la tendencia determinística y con las diferencias en el crecimiento del PIB en Colombia y en los Estados Unidos.

produce el ajuste *stock* de la cuenta corriente.<sup>5</sup> Una compra inicial de reservas eleva  $AEN$  y devalúa el tipo de cambio nominal (y real); ello mejora la cuenta corriente y permite un tipo de cambio más revaluado en el equilibrio de largo plazo.

La variable *términos de intercambio* ( $LTINT$ ) corresponde al precio relativo de las exportaciones en relación con las importaciones. Un incremento en dicha variable eleva el ingreso nacional y la demanda interna, incrementa el precio relativo de bienes no transables y revalúa el tipo de cambio real (Díaz-Alejandro, 1982). Otra forma de decirlo, los mayores términos de intercambio permiten una cuenta corriente en equilibrio aún si se ven acompañados por la revaluación del tipo de cambio real. La literatura enfatiza estos efectos ingreso, pero efectos sustitución fuertes podrían llevar al resultado opuesto (Goldfajn y Valdés, 1999, Edwards, 1989 y Dornbusch, 1980).

La variable *apertura* ( $APER$ ) indica el grado en el cual el país se ve afectado por el entorno internacional y se ve frecuentemente asociada con la política comercial. En nuestro sistema de información la variable aparece medida como la relación entre la suma de las exportaciones y las importaciones y el PIB. Se espera una relación positiva entre apertura y tipo de cambio real pues una liberalización de comercio reduce el precio doméstico de los bienes transables (Dornbusch, 1974). Otra forma de explicarlo, la reducción de aranceles requiere un tipo real más alto para que el sector productivo continúe compitiendo con el exterior.

La mayoría de países emergentes presenta una tendencia positiva de largo plazo en el tipo de cambio real (para Colombia ver gráfica I), con un crecimiento exponencial anual de 0.78%, y ello ha sido atribuido por algunos autores como Balassa y Samuelson a la evolución de las productividades relativas entre países y entre sectores. En particular, para una economía abierta a los flujos de capital puede demostrarse que (ver Sarno y Taylor, 2002, pp. 78-82; Froot y Rogoff, 1995; y De Gregorio, Giovannini, y Wolf, 1994):

$$\frac{\left(\frac{P}{P_N}\right)}{\left(\frac{P}{P_N}\right)^*} = \frac{\frac{A_N}{A_N^*}}{\frac{A_T}{A_T^*}} = \frac{\frac{\alpha_N^*}{\alpha_T^*} \cdot A_N}{\frac{\alpha_N}{\alpha_T} \cdot A_T^*} \quad (8)$$

siendo  $A$  la productividad multifactorial de Solow. La ecuación (8) explica el

<sup>5</sup> Ver Mussa (1982), Frenkel y Mussa (1986), y Dornbusch y Fischer (1980). Un tratamiento completo del tema aparece en Sarno y Taylor (2002), pp. 115-22.

signo negativo esperado para las productividades relativas en la ecuación (4): el incremento en la productividad en transables eleva el salario en transables y en no transables, con lo cual se eleva el precio relativo de los no transables. Alternativamente, la mayor innovación en el sector transable en Colombia permite reevaluar el tipo de cambio real y continuar compitiendo con el exterior. El incremento paulatino en el tipo de cambio real en un país como Colombia suele atribuirse, entonces, a que la mayor dinámica de innovación la presenta el sector transable en los países desarrollados, seguido por el sector transable en Colombia, con bajos niveles de innovación en el sector de no transables en ambos países ( $A_T^* > A_T > A_N^* \approx A_N$ ).

Existen enormes dificultades para medir la evolución de la productividad multifactorial en transables y no transables en Colombia y en el exterior, y el único trabajo que intenta hacerlo explícitamente (Cárdenas, 1997) obtiene signos contrarios a los esperados.<sup>6</sup> La literatura internacional emplea variables *proxy* como el crecimiento del PIB, el crecimiento relativo del PIB frente al exterior, o la relación entre el índice de precios al productor y el índice de precios al consumidor (según el supuesto de que el primer índice es relativamente intensivo en bienes transables). Echavarría, Vásquez y Villamizar, 2005, obtienen resultados relativamente satisfactorios cuando emplean como *proxy* el crecimiento del PIB en Colombia frente al de los Estados Unidos, pero necesitan incluir la variable *tiempo* en su “mejor” modelo de co-integración de largo plazo. En otras palabras, la variable *proxy* empleada solo logra parcialmente capturar la pendiente positiva del tipo de cambio real. Nuestros resultados tampoco fueron enteramente satisfactorios, por lo que se decidió trabajar con la tendencia determinística como *proxy* del efecto Balassa-Samuelson. Se trata de un campo que amerita investigación adicional.

En síntesis, el sistema de información está conformado por el logaritmo del índice del tipo de cambio real ( $LQPM_t$ , utilizando como deflactor el índice de precios al por mayor),<sup>7</sup> la relación entre los activos externos netos y el PIB,<sup>8</sup> ( $AEN_t$ ), el grado de apertura de la economía, calculado como la relación entre el total de importaciones más exportaciones y el PIB ( $APER_t$ ), y el logaritmo de los términos de intercambio medidos como la relación entre los índices de precios al productor para exportados y para importados

<sup>6</sup> Parcialmente, Cárdenas investiga el impacto de la relación entre el cambio técnico (relativo) en transables y en no transables en Colombia, pero no considera la misma relación en el exterior.

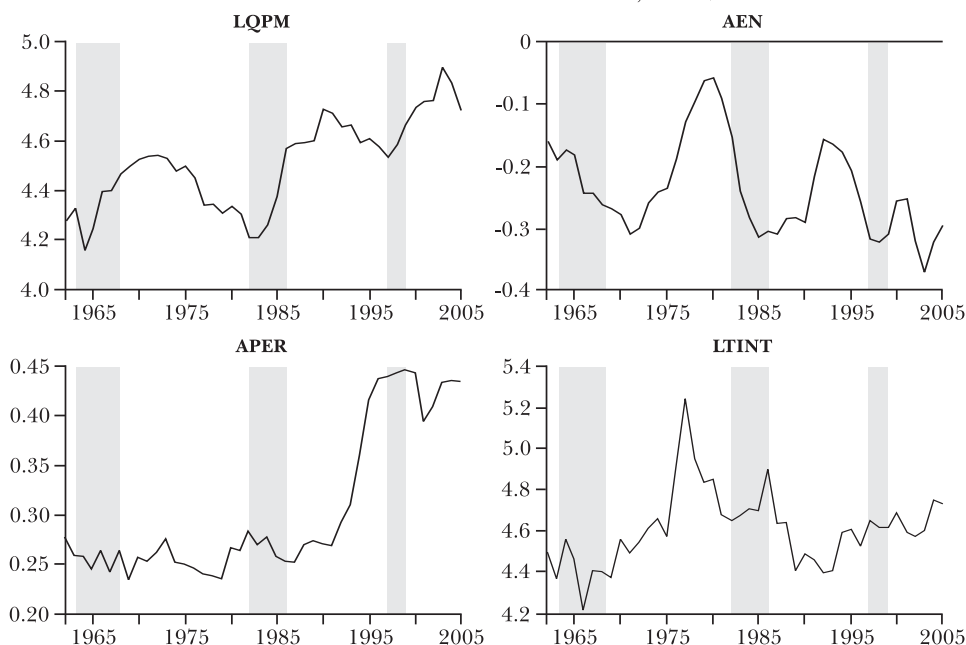
<sup>7</sup> Ver definición formal y construcción en Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005).

<sup>8</sup> Entendiendo por activos externos netos al déficit o superávit acumulado en cuenta corriente.



( $LTINT_t$ ).<sup>9</sup> La gráfica I presenta la evolución de las variables en el período de análisis. Las áreas sombreadas representan períodos de revaluaciones fuertes, cuyos desenlaces se discuten en Echavarría, López y Misas (2007).

GRÁFICA I. EVOLUCIÓN DE LAS VARIABLES DEL MODELO, 1965-2005



#### IV. ESQUEMA METODOLÓGICO

En términos generales, nuestra medición del tipo de cambio real de equilibrio recurre a un enfoque que permite calcular las tendencias comunes de un conjunto de variables que se caracterizan por ser series no estacionarias. La existencia de una o varias relaciones de cointegración entre las variables del sistema (tipo de cambio real, apertura, activos externos netos y términos de intercambio) reduce el número de perturbaciones independientes que tienen efectos permanentes sobre el nivel de las series.

<sup>9</sup> Echavarría, Vásquez, y Villamizar, 2005 también utilizan las variables  $LQPM_t$ ,  $LTINT_t$  y  $AEN_t$  en su estimación del tipo de cambio real de equilibrio. Capturan el efecto Balassa-Samuelsón mediante la relación entre el crecimiento del PIB en Colombia y en los Estados Unidos, pero se ven forzados a incluir una variable de tendencia en su estimación. Acá se decidió capturar el efecto Balassa-Samuelsón con la tendencia.

La representación de tendencias comunes permite descomponer las variables en una tendencia estocástica no estacionaria que captura el efecto de choques permanentes y un elemento transitorio estacionario. Una vez que se establece la presencia de cointegración en el sistema es posible llegar a una representación VAR cointegrada o VEC. De tal forma que ésta puede llevarse, mediante el teorema de Wold, a una representación estacionaria de media móvil. El vector de perturbaciones de esa forma reducida se asocia al vector de choques estructurales, identificados de acuerdo con hipótesis sugeridas por la teoría económica, algunos de ellos con efectos permanentes y otros con efectos transitorios sobre el sistema original de variables. Los choques permanentes determinan el tipo de cambio real de equilibrio.

### **A. Cointegración**

El primer paso en la metodología de tendencias estocásticas comunes es determinar la existencia de relaciones de largo plazo dentro de las variables del sistema. El análisis de cointegración se lleva a cabo a través de la metodología de Johansen (1988)<sup>10</sup> sobre el siguiente sistema de información:  $\{AEN_t, APER_t, LTINT_t, LQPM_t\}$ , para el período comprendido entre 1962 y 2005.

El análisis considera la existencia de uno a seis rezagos y los modelos: *i) drift*, el cual considera una tendencia lineal determinística en los niveles de las variables; y *ii) cidrift*, el cual reconoce la existencia de tendencia lineal en el vector de cointegración. La selección de estos modelos, para el análisis de cointegración hace necesario discriminar entre los dos modelos mencionados, es decir, la selección de componentes determinísticos propuesta por Johansen (1994).

El cuadro 1 resume los resultados obtenidos mediante la prueba de la traza, al considerar la representación VAR(1) asociada al modelo *cidrift* (el mejor resultado), incluyendo dos *dummies* de intervención<sup>11</sup> que capturan valores atípicos observados en 1964 y 1977. La prueba de la traza se aplica para examinar el número de vectores de cointegración. La prueba soporta la existencia de un vector de cointegración. En el cuadro 2 se presentan el vector de cointegración y su correspondiente velocidad de ajuste.

Como se observa en el cuadro 2, los signos obtenidos en el ejercicio de cointegración son los esperados, y los coeficientes *t* (en paréntesis) resultan significativos en todos los casos excepto la variable *APER*. A pesar de ello,

<sup>10</sup> CATS for RATS, version 6.0.

<sup>11</sup> El uso de variables *dummies* de intervención puede consultarse en Hendry y Doornik (1994).

**CUADRO 1. PRUEBA PARA LA DETERMINACIÓN DEL RANGO**

$\lambda_{Traza}^a$	$H_0: r$	$p-r$	Valores de prueba
			$\lambda_{Traza}$ $\alpha = 10\%$
61.35	0	4	58.958
30.72	1	3	39.077
13.96	2	2	22.946
3.85	3	1	10.558

Modelo *cidrift*  
VAR(1)  
Dummies de intervención

<sup>a</sup> Corrección por tamaño de muestra.

siguiendo a Warne (1993) se decidió mantener la variable apertura (*APER*) en el vector de cointegración. Además, como se discutió arriba, la presencia de la tendencia en el vector de cointegración es necesaria para capturar la pendiente positiva del tipo de cambio observado en el panel izquierdo de la gráfica I. Esta tendencia supuestamente captura el efecto Balassa-Samuelson, consistente con menores niveles relativos de innovación en transables (frente a no transables) en Colombia que en el exterior. Nuevamente, el tratamiento no es enteramente satisfactorio y se requieren nuevas investigaciones en el campo.

**CUADRO 2. VECTOR DE COINTEGRACIÓN Y VELOCIDAD DE AJUSTE**

Sistema  $\{AEN_t, APER_t, LTINT_t, LQPM_t, trend\}$

Vector de cointegración	Velocidad de ajuste
$\beta = \begin{pmatrix} 0.909, & -0.400, & 0.480, & 1.00, & -0.006 \\ (3.99) & (-1.14)^a & (5.04) & (-) & (-2.87) \end{pmatrix}$	$\alpha_1 : \begin{pmatrix} 0.128, & 0.026, & -0.319, & -0.292 \\ (3.06) & (1.07) & (-2.09) & (-4.32) \end{pmatrix}$

<sup>a</sup> Estadístico *t* entre paréntesis. A pesar de que esta variable no es significativa al 5% se incluye dentro del vector de cointegración por razones de carácter económico.

Una vez aceptado el vector de cointegración se llevan a cabo pruebas de diagnóstico sobre el comportamiento de los residuos. Los valores de *p* asociados a dichas pruebas multivariadas sobre existencia de autocorrelación residual LB(12), M(1) y LM(4) son respectivamente 0.16, 0.19 y 0.30. Las pruebas permiten entonces concluir que existe un comportamiento ruido blanco multivariado en los residuos. Así mismo, el valor de *p* de 0.11 asociado a la prueba de normalidad multivariada de Doornik y Hansen (1994)

evidencia un comportamiento normal multivariado en los residuos. De esta forma, las pruebas multivariadas de diagnóstico de residuos permiten concluir que éstos presentan un comportamiento óptimo (Lütkepohl, 2005).

Luego de establecer el comportamiento óptimo de los residuos, en el cuadro 3 se llevan a cabo pruebas de exogeneidad débil y estacionariedad y se encuentra que todas las variables del sistema son integradas de orden uno,  $I(1)$ . En lo referente a exogeneidad, se encuentra que el logaritmo del tipo de cambio real ( $LQPM_t$ ) no es exógeno débil, condición requerida dado el objetivo del trabajo.

**CUADRO 3. RESULTADO DE LAS PRUEBAS DE EXCLUSIÓN, ESTACIONARIEDAD Y EXOGENEIDAD DÉBIL**

<i>Exclusión</i> $\chi^2_{0.10}(1) = 3.84$	<i>Estacionariedad</i> $\chi^2_{0.10}(4) = 9.49$	<i>Exogeneidad débil</i> $\chi^2_{0.10}(2) = 4.61$
<i>AEN</i> <sub><i>t</i></sub> : 5.67	<i>AEN</i> <sub><i>t</i></sub> : 26.32	<i>AEN</i> <sub><i>t</i></sub> : 5.71
<i>APER</i> <sub><i>t</i></sub> : 0.93	<i>APER</i> <sub><i>t</i></sub> : 38.15	<i>APER</i> <sub><i>t</i></sub> : 0.83
<i>LTINT</i> <sub><i>t</i></sub> : 9.08	<i>LTINT</i> <sub><i>t</i></sub> : 24.54	<i>LTINT</i> <sub><i>t</i></sub> : 3.09
<i>LQPM</i> <sub><i>t</i></sub> : 21.09	<i>LQPM</i> <sub><i>t</i></sub> : 27.10	<i>LQPM</i> <sub><i>t</i></sub> : 11.62
<i>Trend</i> <sub><i>t</i></sub> : 3.57		

## **B. Estimación de los parámetros estructurales**

Para el segundo paso de nuestra metodología se hace necesario separar los choques exógenos estructurales de los movimientos endógenos de las variables, y esto conlleva un problema de identificación que se debe resolver mediante la imposición de restricciones sugeridas por la teoría económica. Se combinan restricciones de neutralidad de largo plazo con restricciones contemporáneas.

En el modelo de tendencias estocásticas comunes, ecuación (A.9) del anexo, la presencia de una relación de cointegración entre las cuatro variables que conforman el sistema implica la existencia de tres fuentes distintas de choques cuyos efectos son permanentes. La teoría económica es en general más informativa en relación con las restricciones de largo plazo. Los choques transitorios se identifican por medio de supuestos sobre su impacto contemporáneo en las variables endógenas.

En este trabajo se consideran los siguientes supuestos acerca de la naturaleza de los tres choques permanentes. El primero corresponde a un choque de activos externos netos o de cuenta corriente ( $\phi^{CC}$ ), el segundo a un choque de apertura o de política comercial ( $\phi^{PC}$ ) y el tercero, a un choque de términos de intercambio ( $\phi^{TINT}$ ). La ecuación (7) presenta la especificación

adoptada para la parte permanente de la representación de tendencias estocásticas comunes, donde  $\mu$  es un vector de constantes adicionado al modelo en la estimación:

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \phi^{CC} \\ \phi^{PC} \\ \phi^{TINT} \end{bmatrix} \tag{9}$$

La metodología sugiere que la matriz  $C(1)\Gamma_0$  o  $\Gamma(1)$  debe tener ceros en la última columna y ceros en las posiciones afectadas por las restricciones de largo plazo. Según la ecuación (10) se imponen tres restricciones de largo plazo. Las dos primeras se relacionan con la independencia de los términos de intercambio (frente a *AEN*-cuenta corriente y frente a la apertura – política comercial). La tercera restricción es más discutible: se sugiere que la variable *AEN*-cuenta corriente es independiente de la política comercial, pues en el mediano plazo la cuenta corriente depende de las decisiones de ahorro e inversión agregadas y no de la política comercial.

$$\begin{bmatrix} AEN_t \\ APER_t \\ LTINT_t \\ LQPM_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma(1)_{11} & 0 & \Gamma(1)_{13} & 0 \\ \Gamma(1)_{21} & \Gamma(1)_{22} & \Gamma(1)_{23} & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma(1)_{33} & 0 \\ \Gamma(1)_{41} & \Gamma(1)_{42} & \Gamma(1)_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^t \phi_j^{CC} \\ \sum_{j=1}^t \phi_j^{PC} \\ \sum_{j=1}^t \phi_j^{TINT} \\ \sum_{j=1}^t \phi_j^n \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$X_t = C(1)\Gamma_0 A(\phi_t)$$

En la ecuación (11) se supone la restricción adicional de corto plazo según la cual los términos de intercambio no se ven afectados contemporáneamente por la política comercial, un supuesto que, nuevamente, parece enteramente plausible.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t^{AEN} \\ \varepsilon_t^{APER} \\ \varepsilon_t^{LTINT} \\ \varepsilon_t^{LQPM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_0^{11} & \Gamma_0^{12} & \Gamma_0^{13} & \Gamma_0^{14} \\ \Gamma_0^{21} & \Gamma_0^{22} & \Gamma_0^{23} & \Gamma_0^{24} \\ \Gamma_0^{31} & 0 & \Gamma_0^{33} & \Gamma_0^{34} \\ \Gamma_0^{41} & \Gamma_0^{42} & \Gamma_0^{43} & \Gamma_0^{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_t^{CC} \\ \phi_t^{PC} \\ \phi_t^{TINT} \\ \phi_t^n \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\varepsilon_t = \Gamma_0 \phi_t$$

La prueba de compatibilidad sobre restricciones de largo y corto plazo informó un valor de  $p$  de 0.0751. Dado este resultado, las ecuaciones (12) y (13) presentan las estimaciones de las matrices estructurales, en particular los coeficientes y sus estadísticos  $t$ , obtenidos bajo *bootstrapping*.

Largo plazo:

$$\hat{C}(1)\hat{\Gamma}_0 = \begin{bmatrix} 0.0571 & 0 & -0.004 & 0 \\ 3.43 & & -0.2037 & \\ 0.0028 & 0.0187 & 0.0053 & 0 \\ 0.5563 & 5.938 & 1.415 & \\ 0 & 0 & 0.0938 & 0 \\ & & 8.397 & \\ -0.0508 & 0.0075 & -0.0392 & 0 \\ -3.518 & 5.938 & -2.142 & \end{bmatrix} \quad (12)$$

Corto plazo:

$$\hat{\Gamma}_0 = \begin{bmatrix} 0.0299 & 0.0001 & -0.0036 & -0.013 \\ 6.84 & 0.594 & -0.4427 & -2.586 \\ -0.0027 & 0.0187 & 0.0054 & -0.0027 \\ -1.036 & 5.938 & 1.681 & -1.00 \\ 0.0676 & 0 & 0.0929 & 0.0324 \\ 2.720 & & 3.023 & 1.929 \\ 0.0112 & 0.0075 & -0.040 & 0.0297 \\ 0.869 & 5.938 & -4.37 & 4.815 \end{bmatrix} \quad (13)$$

## V. RESULTADOS

### A. El tipo de cambio real de equilibrio en Colombia

La matriz  $C(1)\Gamma_0$  estimada en la ecuación (12) permite construir el tipo de cambio real de equilibrio como el componente permanente obtenido a través de una combinación lineal de las tendencias estocásticas comunes,<sup>12</sup> como se presenta en la ecuación (14). La variable  $\tau_1$  (TAO1) está asociada con *AEN*-cuenta corriente,  $\tau_2$  (TAO2) con *APER*-política comercial y  $\tau_3$  (TAO3) con los términos de intercambio. Se presentan los coeficientes  $t$  asociados con la estimación de los coeficientes.

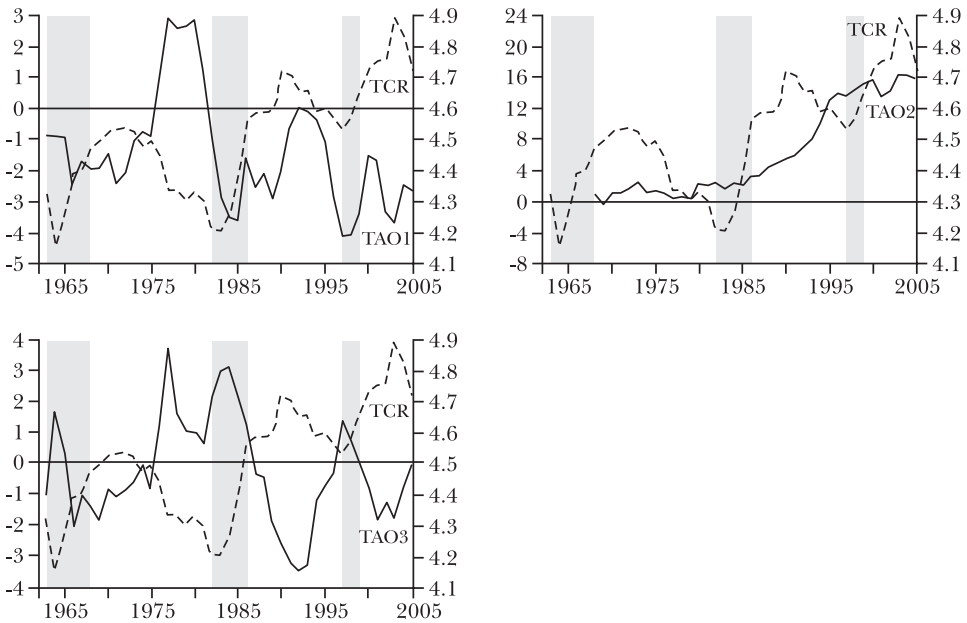
<sup>12</sup> Para este cálculo las tendencias estocásticas comunes incluyen la acumulación de las *dummies* de intervención, además de la constante y la tendencia, esto corresponde al valor teórico presentado con anterioridad y no a la simplificación que se trabajó en la presentación de la estimación. La representación de tendencias estocásticas comunes se obtiene a través del módulo IML de SAS versión 9.0.

$$LQPM_t^P = LQPM_0 - 0.0508\tau_{1t} + 0.0075\tau_{2t} - 0.0392\tau_{3t} \tag{14}$$

-3.518
5.938
-2.1

La gráfica II presenta las tendencias estocásticas comunes y el tipo de cambio real observado. La tendencia estocástica  $\tau_1$  (TAO1) asociada al choque de activos externos netos - cuenta corriente fluctúa durante todo el período examinado, aún cuando es notorio el incremento observado entre mediados de la década de los setenta y de los ochenta. Después de la profunda caída en 1985 vuelve a elevarse hasta 1991; desciende entre 1991 y 1995 sin una tendencia clara en los años posteriores.

**GRÁFICA II. TENDENCIAS ESTOCÁSTICAS COMUNES Y TASA DE CAMBIO REAL, 1965-2005**

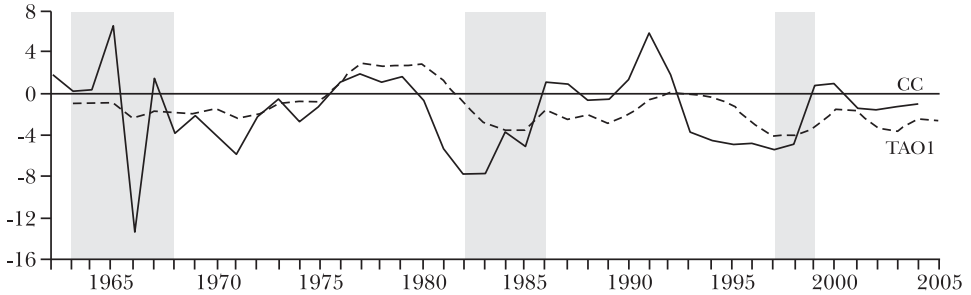


Como se observa en la gráfica III, el movimiento de la variable  $\tau_1$  se encuentra relativamente cercano al de la cuenta corriente. A diferencia de lo ocurrido en las primeras décadas del siglo XX (Avella, 2006),<sup>13</sup> en el período 1962-2005 Colombia tuvo acceso relativamente precario a los mercados internacionales de capital por lo que los déficit o superávit de cuenta corriente fueron relativamente bajos; las importaciones estuvieron en buena parte

<sup>13</sup> Avella (2006) hace notar que Colombia accede al crédito privado en momentos diferentes a los países en desarrollo. Cuando la utilización por el país del crédito privado alcanza su máximo en 1982, el declive del crédito bancario ya venía a mitad de camino.

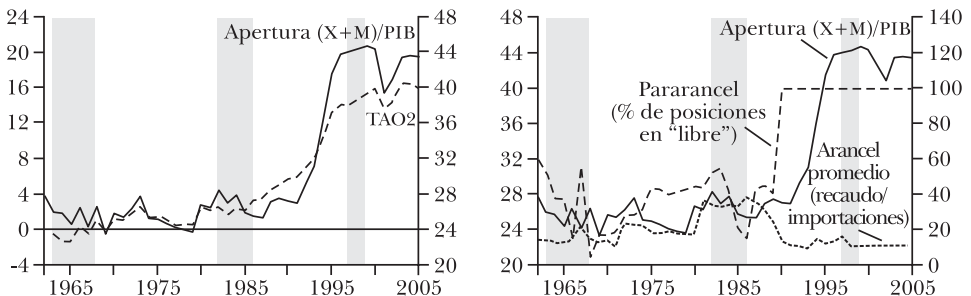
determinadas por el monto de las exportaciones (Villar *et al.*, 2006). Las pocas excepciones se presentaron en 1966, en 1970-72 y en la primera parte de los años ochenta; también en 1992-98 cuando el país tuvo acceso amplio a la banca internacional.

**GRÁFICA III.**  $\tau_1$  Y LA CUENTA CORRIENTE, 1965-2005



$\tau_1$  fluctúa ampliamente pero no ocurre lo mismo con  $\tau_2$ , la tendencia asociada con el choque de apertura - política comercial. La parte superior de la gráfica IV presenta la evolución de  $\tau_2$  y de la variable apertura (*APER*,  $X+M/PIB$ ); la parte inferior presenta la misma variable (*APER*) y algunos elementos de la política comercial: el arancel promedio (recaudos/importaciones) y un *proxy* del pararancel (% de posiciones bajo “libre” importación).<sup>14</sup> Se observa, en primer lugar, que la variable  $\tau_2$  está cercanamente asociada a la variable *APER*, con niveles relativamente constantes entre 1962 y 1987, e incrementos importantes en 1987-1997; se presenta un retroceso importante en 2001 y 2002 y se regresa posteriormente a los niveles

**GRÁFICA IV.**  $\tau_2$ , APERTURA Y POLÍTICA COMERCIAL, 1965-2005



FUENTE: Echavarría y Villamizar (2006).

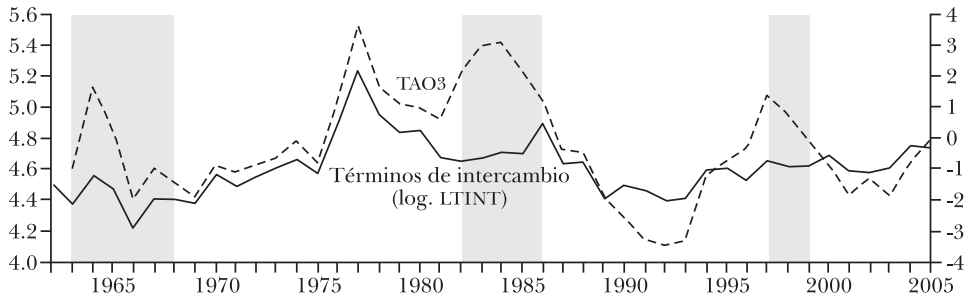
<sup>14</sup> Lo ideal sería medir el equivalente arancelario del pararancel, una medida que no existe para el caso colombiano.



anteriores. Se observa en la parte inferior de la gráfica que los mayores niveles de apertura posteriores a 1985 están cercanamente asociados a la liberalización arancelaria y pararancelaria que tuvo lugar en ese mismo período.

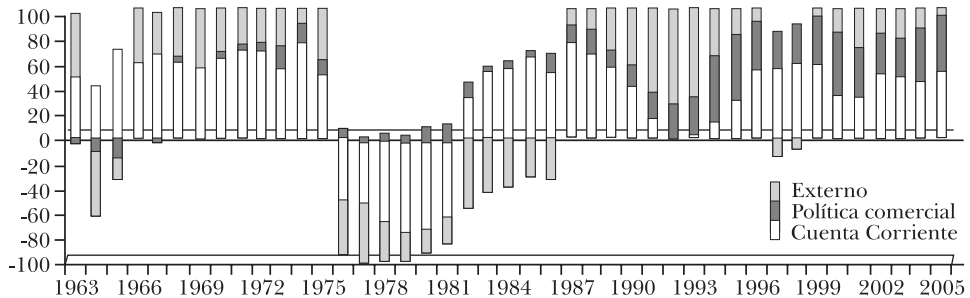
La gráfica V registra la evolución de  $\tau_3$  y de los términos de intercambio. Ambas variables se mueven en forma cercana, aún cuando sus tendencias no siempre coinciden (por ejemplo, en 1982-85) y  $\tau_3$  tiende a ampliar las fluctuaciones en los términos de intercambio. Se registran choques positivos de términos de intercambio durante la bonanza cafetera de 1997-99 y, en menor nivel, durante la “minibonanza” cafetera de 1986; y choques particularmente negativos en 1966. Se observa una tendencia creciente entre 1989 y 2005.

**GRÁFICA V.**  $\tau_3$  Y LOS TÉRMINOS DE INTERCAMBIO, 1965-2005



En la gráfica VI se presenta la influencia de los tres tipos de choques estructurales sobre el tipo de cambio real de equilibrio. Es notoria la importancia de los choques de cuenta corriente en el período completo, excepto en 1991-95 cuando se eleva la participación del choque de términos de intercambio. El modelo captura la creciente importancia de la apertura - política comercial a partir de 1991, precisamente cuando se produce el tránsito

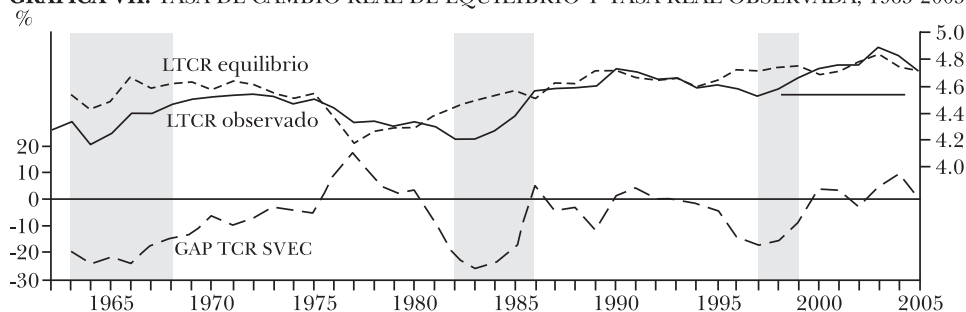
**GRÁFICA VI.** PARTICIPACIÓN DE LOS DIFERENTES CHOQUES ESTRUCTURALES, 1963-2005



a una economía relativamente más abierta, con aranceles bajos y presencia prácticamente nula de toda protección pararancelaria; en ese período crece también la influencia del choque de términos de intercambio. En el último período, comprendido entre 1999 y 2005, gana nuevamente importancia el choque de cuenta corriente pero no a los niveles observados en el pasado, y se mantiene la influencia del choque de apertura - política comercial.

La parte superior de la gráfica VII presenta las trayectorias del tipo de cambio real observado y el permanente o de equilibrio, generado a partir del SVEC. El desalineamiento entre ambas variables aparece en la parte inferior de la gráfica, e indica que el tipo de cambio ha estado sobrevaluado buena parte del tiempo, principalmente en 1962-1966, 1982-1986 y 1997-1998, aproximadamente las áreas sombreadas en la gráfica. La tasa de cambio habría estado sobre-devaluada en la segunda parte de los años setenta y en los años recientes.

**GRÁFICA VII.** TASA DE CAMBIO REAL DE EQUILIBRIO Y TASA REAL OBSERVADA, 1965-2005



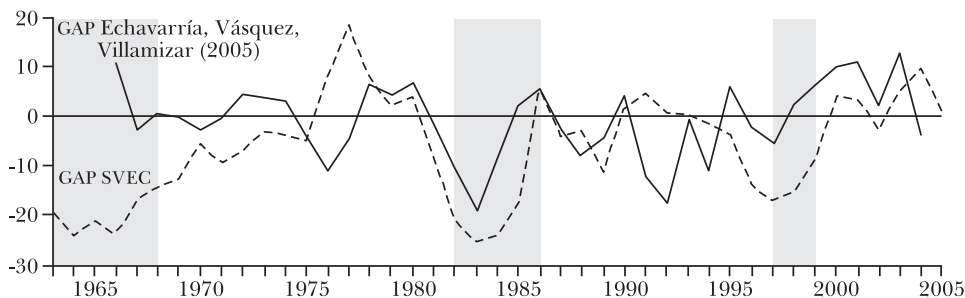
La gráfica VIII muestra nuevamente el desalineamiento (GAP-SVEC) obtenido en este trabajo y lo compara con los resultados obtenidos en Echavarría, Vásquez y Villamizar, (2005) para un VEC simple.<sup>15</sup> La metodología difiere en ambos trabajos y, como se dijo arriba, también las variables consideradas. En particular, Echavarría, Vásquez y Villamizar, (2005) incluyen (en adición a *AEN* y a *LTINT*) el tipo de cambio nominal, el gasto público y el diferencial en tasas de crecimiento entre Colombia y los Estados Unidos, y no consideran la variable *APER*.

Se presentan diferencias importantes en la primera parte del período, pero no ocurre lo mismo en los años posteriores a 1978. En ambos trabajos se obtienen valores relativamente alineados para los años recientes, y en ambos se observa una sobrerrevaluación importante en la primera parte de los

<sup>15</sup> El trabajo en mención informa los promedios móviles de 4 años, mientras que acá se proveen los valores puntuales para cada año.

años ochenta. Este trabajo tiende a señalar con mayor énfasis la sobrerrevaluación cambiaria que paulatinamente se presentó en el período 1990-1997.

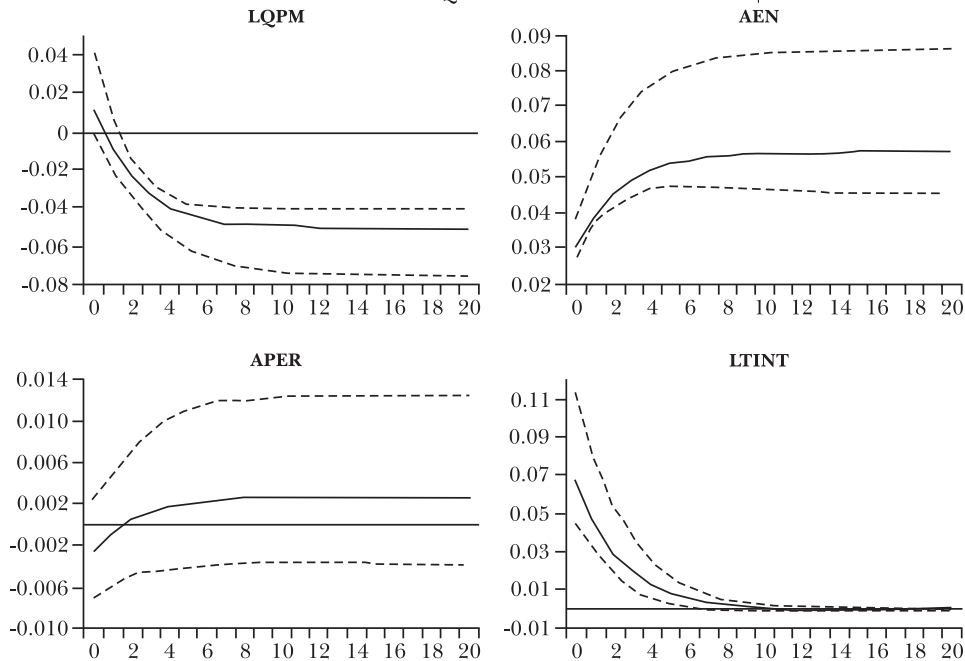
**GRÁFICA VIII.** GAP SVEC VS. ECHAVARRÍA, VÁSQUEZ, VILLAMIZAR (2005), 1965-2005



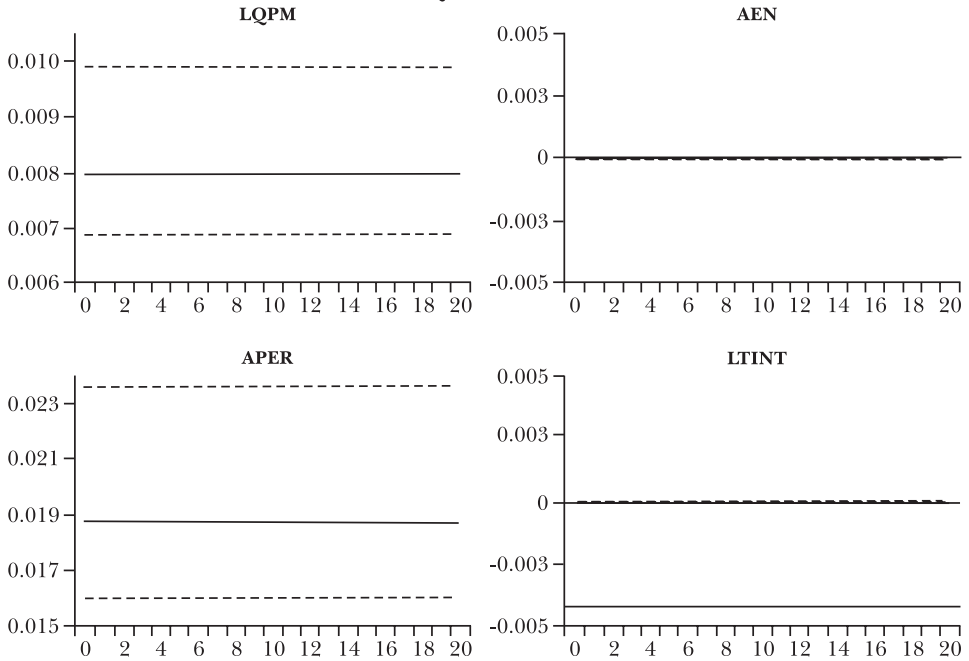
### B. Análisis de impulso-respuesta

Las gráficas IX, X y XI presentan las respuestas de las variables del sistema ante choques de activos externos netos - cuenta corriente,  $\phi_i^{CC}$ , apertura - política comercial,  $\phi_i^{PC}$  y de términos de intercambio  $\phi_i^{TINT}$ , respectivamente.

**GRÁFICA IX.** RESPUESTA ANTE UN CHOQUE DE CUENTA CORRIENTE  $\phi_i^{CC}$



**GRÁFICA X. RESPUESTA ANTE UN CHOQUE DE POLÍTICA COMERCIAL**



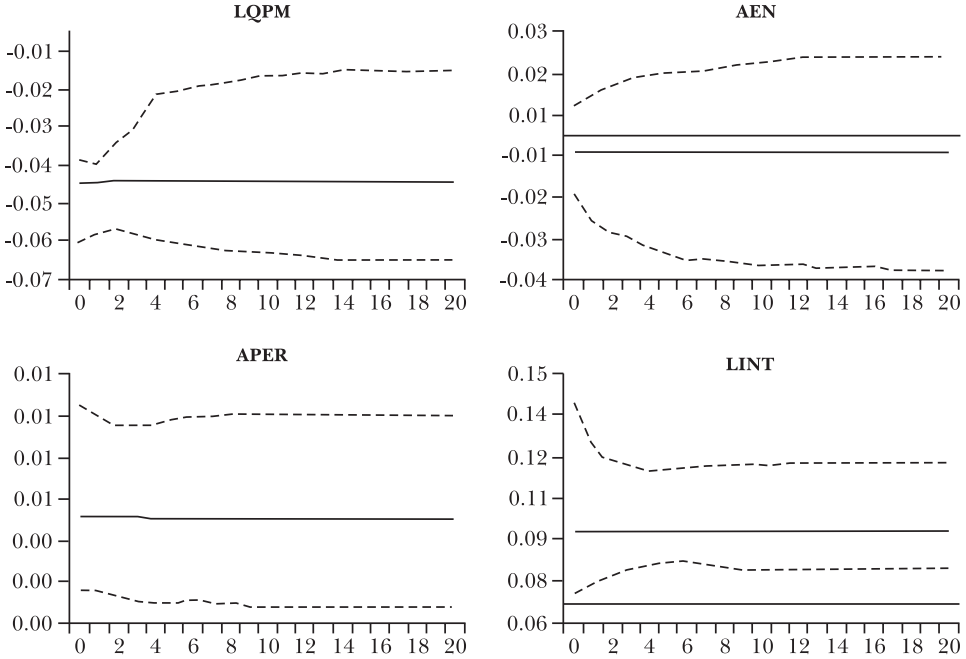
En cada caso se presentan las bandas de confianza para cada uno de los choques.

Un choque de activos externos netos - cuenta corriente afecta de manera permanente el de cambio tipo real y su efecto es negativo en el largo plazo aunque en el corto no es significativo (puede ser cero). Este resultado es relativamente consistente con lo que cabría esperar en el largo plazo en el modelo *stock-flujo* de portafolio una vez ocurre el ajuste *stock* en la cuenta corriente, aún cuando se espera una relación negativa flujo en el corto plazo. El efecto sobre los activos externos es también permanente y positivo. En el caso de la apertura el choque de cuenta corriente no es significativo en el corto plazo pero posteriormente es positivo y permanente. Como era de esperar, los términos de intercambio no se ven afectados de manera permanente por un choque de cuenta corriente, y el efecto positivo observado en el corto plazo podría obedecer a bajas elasticidades de corto plazo en las exportaciones o en las importaciones.

Un choque de política comercial tiene efectos positivos y permanentes sobre el tipo de cambio real y sobre la apertura, pero no sobre las demás variables del sistema. Nuevamente, estos resultados parecen relativamente razonables.

Finalmente, un choque positivo de términos de intercambio  $\phi^{TINT}$  reválúa el tipo de cambio real (como era de esperar en una situación “normal” en que los efectos ingreso dominan a los efectos sustitución) y abre la economía (*APER* crece). Pero su efecto negativo sobre *AEN* es contra-intuitivo.

GRÁFICA XI. RESPUESTA ANTE UN CHOQUE EXTERNO  $\phi^x$



## VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se calculó el tipo de cambio real de equilibrio y el desalineamiento del tipo real observado, mediante un modelo estructural de corrección de errores vectorial (SVEC). El modelo SVEC es, en esencia, un modelo VAR estructural que considera la cointegración entre las variables que lo conforman. En nuestro caso se encontró una relación de cointegración entre el tipo de cambio real y sus fundamentos: los *activos externos netos*, los *términos de intercambio* y la *apertura capturada comercial*.

La metodología permitió diferenciar las relaciones de largo plazo de la dinámica de corto plazo que puedan existir en un sistema de variables con presencia de cointegración. Al incorporar las relaciones de cointegración dentro de un sistema de variables se logra una adecuada especificación e

identificación mediante restricciones de largo y corto plazo sugeridas por la teoría económica, aún cuando persiste la dificultad para explicar la tendencia de largo plazo del tipo de cambio real en Colombia.

Con la construcción de las tendencias estocásticas comunes presentes en el sistema fue posible calcular el tipo de cambio de equilibrio y construir el desalineamiento del tipo corriente. El ejercicio indica que el tipo de cambio ha estado sobrevaluado buena parte del tiempo, principalmente entre 1962 y 1974, en 1983-1985 y en 1995-1997. Los períodos de sobre devaluación y sobrerreevaluación coinciden en general con los de Echavarría, Vásquez y Villamizar (2005) aún cuando el patrón observado en los años noventa es más claro con la nueva metodología. En ambos trabajos se sugiere que el tipo de cambio real no ha estado lejos del equilibrio en los años recientes.

## *Anexo*

### **Metodología econométrica**

En este artículo se siguen las metodologías conocidas como SVEC y de tendencias estocásticas comunes desarrolladas por Warne (1993) y Vlaar (2004b). Este enfoque ha sido utilizado para diversos propósitos en los trabajos de Jacobson *et al.* (2002), Bagliano y Morana (1999, 2003a, 2003b), Morana y Bagliano (2001), Bagliano *et al.* (2002), Hubrich *et al.* (2000), Brüggemann (2003), Brüggemann (2001), Mellander *et al.* (1992), Vlaar (2004a) y Vlaar y Schuberth (1998), entre otros. Es de señalar que, en Colombia dicha metodología ha sido utilizada por Misas *et al.* (2006), en la construcción de la inflación subyacente.

Como se expone en Misas *et al.* (2006), la idea central de esta metodología es la utilización de la representación de tendencias comunes que se deriva del mecanismo de corrección de errores proveniente de las relaciones de largo plazo de un sistema de variables al que se le han incorporado una serie de restricciones. Estas restricciones son consideradas como estructurales, en la medida en que provienen de relaciones aceptadas por la economía.

El punto de partida es un sistema  $\{X_t\}$  *n* – dimensional que sigue un proceso generador autorregresivo VAR(p),<sup>16</sup> con relaciones de cointegración, es decir:

$$A(L)X_t = \varepsilon_t \quad (\text{A.1})$$

<sup>16</sup> El cual puede incluir componentes determinísticos sin alterar los desarrollos aquí presentados.

donde  $\{\varepsilon_t\}$  ruido blanco;  $E[\varepsilon_t] = 0$ ,  $E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = \Sigma$ ;  $E[\varepsilon_s \varepsilon_j'] = 0 \forall s \neq j$  y

$$A(L) = I_n - \sum_{j=1}^{\infty} A_j L^j$$

Debido a que las series que conforman a  $\{X_t\}$  en (A.1) están cointegradas y su cointegración es de orden uno,  $\{X_t\} \sim CI(1,1)$ , con  $r$  vectores de cointegración ( $0 < r < n$ ), el Teorema de Representación de Granger establece: *i) rango(A(1)) = r*, *ii) A(1) =  $\alpha\beta'$* , y *iii) la ecuación (A.1) puede ser reescrita como un vector de corrección de errores o modelo VEC:*

$$\Delta X_t = A^*(L)\Delta X_{t-1} + A(1)X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{A.2})$$

donde:

$$A^*(L) = I_n - \sum_{i=1}^{p-1} A_i^* L^i, \quad A_i^* = \sum_{j=i+1}^p A_j$$

La existencia de los  $r$  vectores de cointegración implica la estacionariedad conjunta del proceso  $r$ -dimensional  $z_t = \beta' X_{t-1}$ . Si los  $r$  vectores de cointegración describen el estado estacionario,  $\alpha z_{t-1}$  representa la corrección del cambio en  $X_t$  debida a los desequilibrios en torno al largo plazo, siendo  $\alpha$  la matriz de velocidades de ajuste. Así, la ecuación (A.2) puede ser reescrita en su forma tradicional:

$$\Delta X_t = A^*(L)\Delta X_{t-1} + \alpha\beta' X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{A.3})$$

De acuerdo con Johansen (1995), para la ecuación (A.3), existe una representación de media móvil asociada:

$$\Delta X_t = C(L)\varepsilon_t; \quad C(L) = I + C_1 L + \dots \quad (\text{A.4})$$

donde: *i)  $\{\Delta X_t\}$  es conjuntamente estacionaria*, *ii)  $C(L) = I_n + \sum_{j=1}^{\infty} C_j L^j$* ,

*iii)  $\sum_{j=0}^{\infty} j |C_j| < \infty$  y iv)  $C(1) = \beta_{\perp} (\alpha'_{\perp} \Gamma \beta_{\perp})^{-1} \alpha'_{\perp}$ ;  $\Gamma = I_n - \sum_{i=1}^k \Pi_i$ .*

Mediante sustitución recursiva y haciendo uso de la igualdad  $C(L) = C(1) + (1-L)C^*(L)$ , la ecuación (A.4) puede ser escrita en términos de los niveles de las variables, conformando la representación de tendencias estocásticas comunes en función de las perturbaciones de forma reducida:

$$X_t = X_0 + C(1)\xi_t + C^*(L)\varepsilon_t \quad (\text{A.5})$$

donde: *i*)  $\xi_t$  sigue una caminata aleatoria con deriva:  $\xi_t = \rho + \xi_{t-1} + \varepsilon_t$  de tal forma que, considerando un proceso iterativo se tiene:  $\xi_t = \xi_0 + \rho t + \sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j}$ ,

*ii*)  $C^*(L) = \sum_{j=0}^{\infty} C_j^* L^j$  con  $C_j^* = -\sum_{i=j+1}^{\infty} C_i$ , *iii*) el rango de la matriz  $C(1)$  es igual a  $n-r$ , *iv*)  $\beta' C(1) = 0$ , y *v*) la matriz  $C(1)$  recoge el efecto de largo y plazo de las perturbaciones de la forma reducida  $\{\varepsilon_t\}$  sobre las variables en  $\{X_t\}$ .

De esa forma, el concepto de tendencia estocástica común puede entenderse como un concepto dual de la cointegración. Así, considerar que  $\{X_t\}$  es un vector de series de tiempo  $n$ -dimensional que exhibe  $r$  vectores de cointegración o, lo que es similar,  $k$  ( $=n-r$ ) tendencias estocásticas comunes, permite que dicho sistema pueda ser representado a través de éstas. Con el propósito de alcanzar una interpretación económica de la dinámica de las variables de interés, las perturbaciones de la forma reducida  $\{\varepsilon_t\}$  son transformadas a un vector subyacente de choques estructurales  $\{\varphi_t\}$ . La acumulación de dichos choques da origen a una representación estructural de tendencias estocásticas, como la presentada en la ecuación (A.6).

$$X_t = X_o + \Gamma(1)\tau_t + \Gamma^*(L)\varphi_t \quad (\text{A.6})$$

donde: *i*)  $E[\varphi_t] = 0$ ,  $E[\varphi_t \varphi_t'] = I_n$  y  $\Phi(L) = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_j L^j$  dentro del círculo unitario,

*ii*)  $\Gamma^*(L)\varphi_t$  conjuntamente estacionario, *iii*)  $X_o + \Gamma(1)\tau_t$  componente permanente con  $\Gamma(1)$  de tamaño  $(n \times n)$ , y *iv*)  $\tau_t = \mu + \tau_{t-1} + \varphi_t = \tau_0 + t\mu + \sum_{j=0}^{t-1} \varphi_{j-1}$ .

En la ecuación (A.7) se plantea la representación estructural de media móvil, asociada a la ecuación (A.6), para la primera diferencia del sistema:

$$\Delta X_t = \Gamma(L)\varphi_t; \Gamma(L) = \Gamma_0 + \Gamma_1(L) + \dots \quad (\text{A.7})$$

Como lo sugiere Mellander *et al.* (1992), no todos los choques que componen el vector  $\{\varphi_t\}$  tienen efectos permanentes sobre las variables que conforman el sistema, algunos de ellos pueden estar asociados a las combinaciones estacionarias de las series, descritas por los vectores de cointegración y, por consiguiente, sólo tienen efectos transitorios. En otras palabras, para distinguir los efectos transitorios de los permanentes, como es necesario para conservar el propósito económico, el vector  $\{\varphi_t\}$  debe partirse en dos subvectores,  $\varphi_t = \begin{pmatrix} \psi_t \\ v_t \end{pmatrix}$ , donde  $\psi_t$ , de dimensión  $k$ , agrupa a los choques



con efectos permanentes sobre las variables del sistema y  $v_t$ , de dimensión  $r$ , contiene aquellos con impacto puramente transitorio. Por consiguiente, se requiere excluir de los impactos permanentes al subvector  $v_t$ , lo cual hace necesaria la imposición de  $n \times r$  restricciones sobre  $\Gamma(1)$ , matriz de impacto de largo plazo en la representación estructural, es decir:

$$\Gamma(1) = \begin{bmatrix} \Gamma_g & \mathbf{0} \\ \Gamma_{n \times n-r} & \Gamma_{n \times r} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

La imposición de las restricciones consideradas en (A.8) permite reformular el modelo de tendencias estocásticas estructurales presentado en (A.6) como sigue:

$$X_t = X_o + \Gamma_g \tau_t + \Gamma^*(L) \varphi_t \quad (\text{A.9})$$

donde:  $\tau_t = \mu + \tau_{t-1} + \psi_t = \tau_0 + t\mu + \sum_{j=0}^{t-1} \psi_{j-1}$ .

La ecuación (A.10) plantea, a partir de las ecuaciones (A.4) y (A.7) o (A.8) y (A.6), la relación existente entre las perturbaciones de la forma reducida y los choques estructurales. La ecuación (A.11) presenta la relación existente entre las matrices correspondientes a los procesos de media móvil asociadas a la forma reducida y a la forma estructural.<sup>17</sup>

$$\Gamma_0 \varphi_t = \varepsilon_t \quad (\text{A.10})$$

$$C(L)\Gamma_0 = \Gamma(L) \quad (\text{A.11})$$

$$\Sigma = \Gamma_0 \Gamma_0' \quad (\text{A.12})$$

Lo anterior implica que  $C_i \Gamma_0 = \Gamma_i \quad \forall i > 0$ ,  $C(1)\Gamma_0 = \Gamma(1)$ . Partiendo la matriz  $\Gamma_0$  en sus primeras  $n-r$  columnas y sus últimas  $r$  columnas se observa de manera clara las restricciones presentadas en (A.8), así:

$$\Gamma_0 = \begin{bmatrix} \Gamma_0^{n-r} & \Gamma_0^r \\ \Gamma_{n \times n-r} & \Gamma_{n \times r} \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$C(1)\Gamma_0^{n-r} = \Gamma_g \quad (\text{A.14})$$

<sup>17</sup> Estas ecuaciones son ampliamente trabajadas en el contexto de VAR estructural. Véanse, Amisano y Giannini (1997), Misas y López (1998, 2000), Misas y Posada (2000), Melo y Hamann (1999), y Arango *et al.* (2003).

$$C(1)\Gamma_0^r = \mathbf{0} \quad (\text{A.15})$$

De forma similar que en la metodología VAR estructural, la relevancia en la imposición de restricciones de largo plazo, entendidas éstas como neutralidades con respecto a los choques de carácter permanente, se centra en la matriz  $\Gamma_g$ , ecuación (A.8), que captura dichos efectos en la forma estructural. Adicionalmente, como lo propone Vlaar (2004a), en la búsqueda de la identificación pueden ser también impuestas restricciones de neutralidad contemporánea sobre la matriz  $\Gamma_0$ , ecuación (A.15). Es de señalar que, frente a la metodología VAR estructural que requiere para la identificación del sistema  $\frac{n(n-1)}{2}$  restricciones, la existencia de cointegración disminuye tal número de restricciones a  $\frac{n(n-1)}{2} - r(n-r)$ . La consideración de restricciones de largo y corto plazo permite dar interpretación económica a cada uno de los diferentes choques estructurales.

Siguiendo a Vlaar (2004b), las restricciones de corto plazo impuestas sobre el modelo VEC, ecuación (A.15), pueden ser formuladas de manera implícita como  $R_c \text{vec}(\Gamma_0) = d_c$ , donde la matriz  $R_c$  es de dimensiones  $(g_c \times n^2)$ , la cual permite imponer  $g_c$  restricciones sobre  $\Gamma_0$ . Tal forma implícita puede expresarse de manera explícita<sup>18</sup> como  $\text{vec}(\Gamma_0) = R_\perp \lambda + H_{R_1} (RH_{R_1})^{-1} d$ , siendo  $\lambda$  los parámetros libres de la matriz  $\Gamma_0$  y  $R_\perp = H_{R_2} - H_{R_1} (RH_{R_1})^{-1} RH_{R_2}$ . Desde una perspectiva económica, es deseable llevar a cabo la identificación de  $\Gamma_0$  combinando las restricciones de corto plazo ya mencionadas con restricciones de largo plazo. Así, el conjunto total de restricciones puede definirse igual a  $R = [R_l', R_c']$ , y  $d = [d_l', d_c']$  donde  $R_l$  y  $R_c$  incorporan las restricciones de largo y corto plazo, siendo sus respectivas dimensiones  $(g_l \times n^2)$  y  $(g_c \times n^2)$ .

Las restricciones de largo plazo,<sup>19</sup> están directamente relacionadas con la matriz de impacto total  $C(1)$ . Por ejemplo, si la  $i$ -ésima variable del sistema es neutral en el largo plazo al  $j$ -ésimo choque estructural, tal restricción conforma el elemento  $i, j$  de la matriz  $C(1)\Gamma_0$ . El conjunto de este tipo de restricciones es de la forma  $F_{C(1)} \text{vec}(C(1)\Gamma_0) = F_{C(1)} (I_n \otimes \hat{C}(1)) \text{vec}(\Gamma_0) = d_l$ . Considerando el componente estocástico de la estimación de  $C(1)$ ,  $R_l$  debe redefinirse como  $\hat{R}_l = F_{C(1)} (I_p \otimes \hat{C}(1))$ .

<sup>18</sup> Para la construcción de la matriz  $R_\perp$  puede consultarse Magnus y Neudecker (1986).

<sup>19</sup> Debido a que la matriz  $C(1)$  no es de rango completo (de hecho su rango es igual al número de variables ( $n$ ) menos el número de vectores de cointegración ( $r$ )), la matriz  $F_{C(1)}$  es una matriz de ceros y unos que selecciona las filas del producto  $(I_p \otimes \hat{C}(1))$  correspondientes a las restricciones linealmente independientes.

El modelo estructural es estimado en dos etapas. En la primera, se estima el modelo de forma reducida, ecuación (A.3), en tanto que, en la segunda, la estimación se centra en  $\lambda$  condicional a la estimación de los parámetros de la forma reducida y se lleva a cabo a través de la maximización de la siguiente función de verosimilitud, respecto a  $\lambda$  sujeto a las restricciones anteriormente presentadas. Es decir, se parte de la linealización  $vec(\Gamma_0) = S\lambda + s$  en el que  $\lambda$  representa los valores libres y las matrices  $S$  y  $s$  cumplen con<sup>20</sup>  $RS = 0$  y  $Rs = d$ .

$$\ell(\Gamma_0) = \varsigma - \frac{T}{2} \ln \left( |\Gamma_0(\lambda)|^2 \right) - \frac{T}{2} \text{tr} \left( \Gamma_0^{-1}(\lambda) \Gamma_0^{-1}(\lambda) \hat{\Omega} \right) \quad (\text{A.16})$$

De modo tal que existe un algoritmo de búsqueda para los valores de  $\lambda$ , tal como en el modelo VAR estructural, que puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \gamma_{n+1} = \gamma_n + \left\{ S' \left[ T \left( (I \otimes \Gamma_0^{-1}) (I_{n^2} + \oplus) (I + \Gamma_0^{-1}) \right) \right]^{-1} \right. \\ \left. \times S' \left\{ \left( T \left( \text{vec}(\Gamma_0) \right)' - T \left( \text{vec}(\Gamma_0) \right)' \left( \hat{\Omega} \otimes I \right) \right)' \right\} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

## REFERENCIAS

- Aguirre A., y C. Calderon (2006), *Real exchange rate misalignments and economic performance*, Banco Central de Chile (Working Paper, n° 315).
- Amisano, G., y C. Giannini (1997), *Topics in Structural VAR Econometrics*, segunda edición, Springer.
- Arango, L. E., A. M. Iregui y L. F. Melo (2003), *Recent Behavior of Output, Unemployment, Wages and Prices in Colombia: What Went Wrong*, Banco de la República (Borradores de Economía, n° 249).
- Avella, M. (2006), “Historia monetaria de Colombia en el siglo XX: grandes tendencias y episodios relevantes”, en J. Robinson y M. Urrutia (eds.), *Economía colombiana en el siglo XX. Un análisis cuantitativo*, Fondo de Cultura Económica y Banco de la República,

<sup>20</sup> Es decir,  $S$  es una matriz ortogonal a la matriz  $R$ . Dada la no unicidad de dicha matriz, al igual que Johansen (1995) define las matrices  $y$ , Vlaar (2004b) define siendo una matriz de ceros y unos que selecciona las columnas de  $R$  tal que el producto se invertible y una matriz similar que selecciona las restantes columnas.

- Bagliano, F., y C. Morana (1999), "Measuring core inflation in Italy", *Giornale degli Economisti*, vol. 58, pp. 301-28.
- Bagliano, F., y C. Morana (2003a), "Measuring US core inflation: A common trend approach", *Journal of Macroeconomics*, vol. 25, pp. 197-212.
- Bagliano, F., y C. Morana (2003b), "A common trends model of UK core inflation", *Empirical Economics*, vol. 28, n° 1, pp. 157-72.
- Bagliano, F.; R. Golinelli y C. Morana (2002), "Core inflation in the Euro Area", *Applied Economics Letters*, vol. 9, pp. 353-57.
- Brüggemann, I. (2003), "Measuring Monetary Policy in Germany: Structural Vector Error Correction Approach", *German Economic Review*, vol. 4, pp. 307-39.
- Brüggemann, R. (2001), *Sources of German Unemployment: A Structural Vector Error Correction Analysis*, Institut für Statistik und Ökonometrie, Universität zu Berlin, Humboldt.
- Cárdenas, M. (1997), *La tasa de cambio en Colombia*, Cuadernos Fedesarrollo, Bogotá.
- Cerra, V., y C. S. Sweta (2005), *Growth Dynamics: The Myth of Economic Recovery*, FMI (Working Paper, n° 05/147).
- Clark, P., y R. MacDonald (1998), *Exchange Rates and Economic Fundamentals - A Methodological Comparison of BEERs and FEERs*, FMI (Working Papers, n° 98/67).
- De Gregorio, J., A. Giovannini y H. C. Wolf (1994), "International Evidence on Tradables and Nontradables Inflation", *European Economic Review*, vol. 38, n° 6, pp. 1225-44.
- Díaz-Alejandro, C. (1976), *Colombia: Foreign Trade Regimes and Economic Development*, National Bureau of Economic Research, Nueva York
- Díaz-Alejandro, C. (1982), "Exchange Rates and Terms of Trade in the Argentine Republic, 1913-1976", en M. Syrquin y S. Teitel (eds.), *Trade, Stability, Technology and Equity in Latin America*, Academic Press, Nueva York.
- Doornik, J. A., y H. Hansen (1994), *An omnibus test for univariate and multivariate normality*, Nuffield College, Oxford University, Oxford (Working paper); disponible en: <http://www.nuff.ox.ac.uk/Uwers/Doornik/papers/normal2.pdf>.
- Dornbusch, R. (1974), "Tariffs and Non-Trade Goods", *Journal of International Economics*, vol. 4, pp. 177-85.
- Dornbusch, R. (1980), *Open Economy Macroeconomics*, Basic Books, Inc. Publishers, Nueva York.
- Dornbusch, R., y S. Fischer (1980), "Exchange Rates and the Current Account", *American Economic Review*, vol. 70, n° 5, pp. 960-71.
- Echavarría, J. J., D. Vásquez y M. Villamizar (2005), *La tasa de cambio en*

- Colombia. Muy lejos del equilibrio?*, Banco de la República (Borradores de Economía, nº 337).
- Echavarría, J. J., E. López y M. Misas (2007), *Sobre-revaluación, distorcidas de cuenta corriente y ataques especulativos*, texto mimeografiado.
- Echavarría, J. J., y M. Villamizar (2006), “El proceso colombiano de desindustrialización”, en J. Robinson y M. Urrutia (eds.), *Economía colombiana en el Siglo XX. Un análisis cuantitativo*, Banco de la República, pp. 173-231
- Edwards, S. (1989), *Real Exchange Rates, Devaluation and Adjustment*, The MIT Press, Cambridge, Mass.
- Frenkel, J., y M. Mussa (1986), “Asset markets, exchange rates and the balance of payments”, en Grossman y Rogoff (eds.), *Handbook of International Economics*, vol 2, North Holland, Amsterdam.
- Froot, K. A., y K. S. Rogoff (1995), “Perspectives on PPP and Long-Run Real Exchange Rates”, *Handbook of International Economics*, vol. 3, pp. 1647-87.
- Goldfajn, I., y R. Valdés (1999), “The Aftermath of Appreciations”, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 114, nº 1, pp. 229-62.
- Hendry, D. F., y A. Doornik (1994), “Modelling Linear Dynamic Econometric Systems”, *Scottish Journal of Political Economy*, vol. 45.
- Hubrich, K. S. E. M., y P. J. G. Vlaar (2000), *Germany and the euro area: Difference in the transmission process of monetary policy*, Econometric Research and Special Studies Department, De Nederlandsche Bank (Research Memorandum WO&E, nº 613).
- Jacobson, T., P. Jansson, A. Vredin y A. Warne (2002), *Identifying the Effects of Monetary Policy Shocks in an Open Economy*, Sveriges Riskbank (Working Paper Series, nº 134).
- Johansen, S. (1988), “Statistical analysis of cointegration vectors”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, nº 12, pp. 231-54.
- Johansen, S. (1994), “The role of the constant and linear terms in cointegration analysis of non-stationary variables”, *Econometric Reviews*, nº 13, pp. 205-29.
- Johansen, S. (1995), *Likelihood Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, *Advanced Text in Econometrics*, Oxford University Press.
- Krugman, P. R., y M. Obstfeld (2003), *International Economics*, sexta ed., Harper Collins.
- Lütkepohl, H. (2005), *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer.
- Mac Donald, R. (2000), *Concepts to calculate equilibrium exchange rate: an overview*, Economics Research Group of the Deutsche Bundesbank (Discussion Paper, nº 3/00).
- Magnus, J. R., y H. Neudecker (1986), “Symmetry , 0-1 Matrices and Jacobians: A Review”, *Econometric Theory*, vol. 2, pp. 157-90.

- Mellander E., A. Vredin y A. Warne (1992), "Stochastic trends and economic fluctuations in a small open economy", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 7, nº 4, pp. 369-94.
- Melo, L., y F. Hamann (1999), "Inflación básica, una estimación basada en modelos VAR estructurales", *Monetaria*, vol. 22, nº 2, abril-junio, pp. 151-174.
- Milesi-Ferretti, G. M., y A. Y. Razin (1998), *Current Account Reversals And Currency Crises: Empirical Regularities*, NBER (Working Papers, n 6620).
- Misas M., y C. Posada (2000), *Crecimiento y ciclos económicos en Colombia en el siglo XX: el aporte de un VAR estructural*, Banco de la República (Borradores de Economía, nº 176).
- Misas M., y E. López (1998), *El Producto Potencial en Colombia: una estimación bajo VAR estructural*, Banco de la República (Borradores de Economía, nº 94).
- Misas M., y E. López (2000), "La utilización de la capacidad instalada de la industria en Colombia: un nuevo enfoque", *Ensayos Sobre Política Económica*, nº 38, diciembre.
- Misas, M, E. López, J. Téllez y J. F. Escobar (2006), "La inflación subyacente en Colombia", *Monetaria*, vol. XXIX, nº 1, enero-marzo, pp. 41-78.
- Morana, C., y F. C. Bagliano (2001), "A Common Trends Model of UK Core Inflation", *Empirical Economics*, vol. 28, pp. 157-72.
- Mussa, M. L. (1982), "The Theory of Exchange Rate Determination", en J. Bilson y R. C. Marston (eds.), *Exchange Rate Theory and Practice*, NBER, Conference Report, The University of Chicago Press, pp.13-78.
- Quah, D., y S.Vahey (1995), "Measuring core inflation", *The Economic Journal*, vol. 105, nº 432, pp. 1130-44.
- Razin, A. Y., y S. Collins (1997), "Real Exchange Rate Misalignments and Growth", en A. Y. Razin y E. Sadka (eds.), *International Economic Integration: Public Economics Perspectives*, Cambridge University Press.
- Sarno, L., y M. P. Taylor (2002), *The Economics of Exchange Rates*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Terra, M. C., y F. Carneiro (2003), "Real exchange rate misalignments", *Ensaio Econômicos*, Escola de Pós Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas, nº 493.
- Villar, L., y P. Esguerra (2006), "El comercio exterior colombiano en el siglo XX", en J. Robinson y M. Urrutia (eds.), *Economía colombiana en el siglo XX. Un análisis cuantitativo*, Fondo de Cultura Económica y Banco de la República,
- Vlaar, P. J. G. (2004a), "Shocking the eurozone", *European Economic Review*, vol. 48, pp. 109-31.
- Vlaar, P. J. G. (2004b), "On the asymptotic distribution of impulse response

*J. J. Echavarría Soto, E. López Enciso, M. Misas Arango*

functions with long-run restrictions”, *Econometric Theory*, vol. 20, nº 5, pp. 891-903.

Vlaar, P. J. G., y H. Schuberth (1998), *Monetary Transmission and Controllability of Money in Europe*, Econometric Research and Special Studies Department, De Nederlandsche Bank (Research Memorandum WO&E, nº 544).

Warne, A. (1993), *A common trend model: Identification, estimation and asymptotics*, Institute for International Economic Studies, University of Stockholm (Seminar paper, nº 555).